



**PRO RODIČE**

**HEJNÉHO METODA**

Zasloužená radost z poznávání

„Z odborných textů prof. Hejného a jeho spolupracovníků je zřetelné, že metoda není nějaký ‚rychloukvašený‘ pokus o alternativu za každou cenu, ale propracovaná a promyšlená metoda, která vzešla z dlouholeté práce v terénu, na školách a s žáky.“

„Hejného metodou se nyní vzdělávají dvě mé dcery. Vidím tak doslova v přímém přenosu, jak děti matematika baví, jak přirozeně ji přijímají a jak si postupně budují nejen schopnost používat naučené postupy, ale především chápat logiku, která za nimi je.“

Dr. rer. nat. Lukáš Palatinus  
vedoucí vědecký pracovník Fyzikálního ústavu Akademie věd ČR

„Na matematice mě baví hlavně přemýšlení (logické). Baví mě také hledat řešení, která jsou na pochopení složitější. Mnozí lidé to moc nepochopí, ale mně to dává smysl :). Nevím jak ostatní, ale podle mě je důležité věci dokončovat, když je začneme. Pak nad tím hodně přemýšlím, a to je to, co mě baví.“

„Myslím si, že kdybychom dělali matematiku ‚normálně‘, tak by mě moc nebavila. Myslím si, že mě matematika baví i kvůli paní učitelce, která nás v matematice podporuje.“

Kateřina Osinková  
žačka na ZŠ Chrudim, Dr. J. Malíka

„Na základní škole v Chlumci je matematika Hejného metodou vyučována již od roku 2008. Metoda těží ze schopnosti dětí hledat řešitelské strategie, tvořit, experimentovat, argumentovat, prověřovat hypotézy a interpretovat. Děti si osvojují kreativní, logické a kritické myšlení a vybavují se i do života sebeuvědoměním, které jim dodává jistotu pro orientaci ve složitém světě. V dětech se posiluje také vytrvalost – při řešení neznámých situací se občas vydají špatnou cestou, vracejí se na začátek a znovu hledají jiné možnosti. Když se děti naučí přemýšlet a chápat, jde i to ostatní učení rychleji.“

Mgr. Jana Hromasová,  
učitelka na ZŠ Chlumec

**Další a podrobnější zkušenosti  
konkrétních lidí najdete na  
[www.h-mat.cz/ohlasy](http://www.h-mat.cz/ohlasy),  
kde můžete také přidat vlastní zkušenost.**

# VÍT HEJNÝ: „HLEĎ, ABY TVOJE SNAHA NAUČIT ŽÁKY MATEMATICE NEPŘEVÝŠILA TVOJI SNAHU VYCHOVAT SLUŠNÉ LIDI.“

## *Milí rodiče,*

slova motta mi řekl otec v době, kdy jsem se rozhodl učit matematiku v jedné třídě na základní škole.

Představu slušného člověka charakterizoval dvojicí podmínek:

- je čínorodý, sebevědomý, odpovědný a spokojený;
- je užitečný pro svoje okolí i pro společnost.

K těmto dvěma cílům směřuje vyučování Hejného metodou. K tomu, aby byl člověk schopen něco společnosti nabídnout, musí umět něco, co společnost potřebuje.

Výuka matematiky k tomu může přispět především tím, že vyzbrojí budoucího občana schopností kriticky myslet, analyzovat různé problémové situace a hledat nová řešení ať již samostatně, nebo v týmu.

Konkrétní znalosti, jako je malá násobilka nebo řešení kvadratické rovnice, už dnes zvládne každá lepší kalkulačka. Za deset nebo dvacet let již o konkrétní znalosti nikdo stát nebude. Na trhu práce budou neprodejné. Ale lidí schopných tvořivě řešit problémy je již dnes nedostatek a tyto schopnosti budou vždy na trhu práce žádané.

## **Jaké máme cíle?**

Hlavní cíl formuloval Vít Hejný v mottu. Jak se daří tento cíl naplňovat, lze průběžně sledovat podle následujících indikátorů:

### **Radost dítěte z práce**

- dítě se na hodiny matematiky těší;
- vyžaduje další úlohy;
- i ve volném čase si povídá s kamarády či rodiči o tom, co se dělo na hodině.

### **Nárůst sociálních schopností**

- dítě má radost, když pomůže druhému k úspěchu;
- zvyšuje se jeho kvalita komunikace (poslouchat druhého, neskákat ostatním do řeči, argumentovat věcně, ne emočně);
- dítě dokáže pracovat v týmu, některé i v roli lídra;
- ve třídě se dokáží dobře řešit choulostivé sociální situace, ke kterým dojde.

### **Nárůst intelektuálních schopností**

- analyzovat složitější situace i procesy;
- hledat řešitelské strategie;
- formulovat slovně i graficky své myšlenky;
- znát vlastní schopnosti (dítě dovede odhadnout, co zvládne samo a k čemu potřebuje pomoc).

### **Rozšiřování a prohlubování znalostí**

Můžeme je dělit na znalost pojmů, vztahů, procesů a argumentů. Zde evidujeme především kvalitu znalostí, tj. hloubku porozumění dané znalosti.

V této brožurce se vám pokusíme dále přiblížit **metodu**, kterou navrhujeme pro dosažení těchto cílů, a **učebnice**, které jsou pomůckou pro učitele využívajícího tento přístup k výuce matematiky. Metodu charakterizujeme **12 klíčovými principy**, které se promítají na první pohled nejviditelněji do učebnic použitím tzv. **didaktických prostředí**, ve kterých se naše úlohy odehrávají.

Přejeme vám, abyste spolu s vašimi dětmi prožívali radost z jejich práce.

**Milan Hejný**

# ROLE RODIČE V HEJNÉHO METODĚ

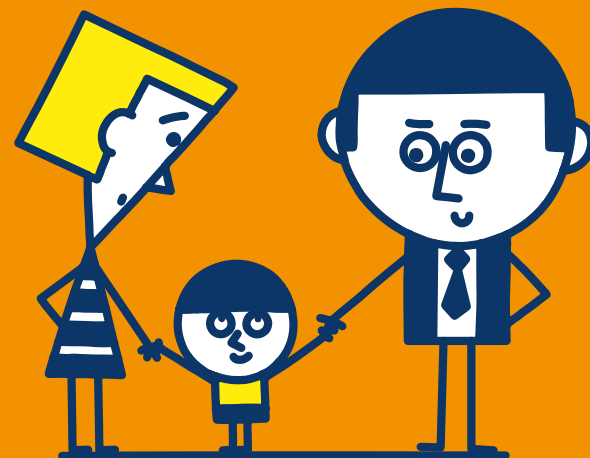
Čtete-li tuto brožuru, je zřejmé, že vám není lhostejné vzdělání vašeho dítěte. Mějte však na paměti, že za to, co se naučí, je zodpovědné v první řadě ono samo. Toto vědomí je potřeba u něj postupně s rostoucím věkem budovat, aby se stalo autonomní osobností, která je schopna o sobě samostatně rozhodovat a volit si cestu svého rozvoje. Vy jste pro svoje dítě zvolili školu, která mu má ve vzdělávání pomoci.

Ve třídě, kam chodí vaše dítě, byla zvolena výuka matematiky Hejného metodou. Ta se řadí mezi tzv. **konstruktivistické přístupy k vyučování**, které se v různých obměnách používají i v zahraničí. Jejich podstatou je to, že matematické pojmy, vztahy i postupy si žáci odhalují (konstruují) sami. Ve škole je rozhodujícím činitelem učitel. Ten je zodpovědný za to, aby připravil každému žákovi vhodné prostředí pro učení a nabídl mu jemu přiměřené podněty v zóně jeho nejbližšího rozvoje.

Při výuce matematiky Hejného metodou učitel nabízí žákům přiměřené úlohy tak, aby každý žák měl možnost zažít radostný okamžik objevu. Podporuje spolupráci žáků. Pokud jde o poznávání matematiky, snaží se držet stranou. **Nepoučuje, neradí, na případné chyby žáky neupozorňuje.** Většinu chyb si třída opraví sama. Když se to nedaří, dá třídě úlohu, která je na chybu upozorní. Takto učitel modernizovaným výukou postupně vede třídu k deklarovaným cílům. Od nás dostává jako podporu pečlivě sestavené učebnice a pomůcky.

## Jaká je tedy role rodiče?

Děti se učí matematiku jinak, než jste se učili vy. Vaše dítě není konzument matematického moudra, ono je jeho spolutvůrcem. Proto, jestli se chcete do výukového procesu zapojit, můžete si nechat od svých dětí vysvětlovat, jak se co řeší. **Když se vám dítě chlubí, že něco ve třídě objevilo, buďte pozorný posluchač.** Tím, že vám dítě svůj objev vypráví,



ví, zvyšuje se jeho intelektuální sebevědomí a dostává se hlouběji do nového poznání. Na případné chyby reagujte zvědavou otázkou, nebo si situaci namodelujte z fyzických objektů, nebo si ji zahrajte jako divadlo, při kterém dítě samo chybu odhalí.

## Jak mohu dítěti pomáhat, když mu něco nejde?

Případné dlouhodobější nesnáze konzultujte s učitelem. **Nejúčinnější pomoc dá spolužák, kamarád.** Pokud chcete nabídnout dítěti pomoc s konkrétní úlohou, je vhodné vrátit se k podobné, již vyřešené úloze, a nechat si vysvětlit, jak tuto úlohu vaše dítě řešilo. Postupně s ním budete řešit následující

úlohy, při jejich řešení se pokusíte úlohu modelovat, kreslit, či sehrát. **Když se budete snažit dítěti cokoli vysvětlovat, ženete jej do pasivity.** Také jste pro dítě autoritou, od které často přebírá fakta bez porozumění. Dítě přebere konkrétní poučku a jeho poznání tak může být narušeno. Poučku si navíc nemusí zapamatovat správně nebo ji může použít v případě, kdy není vhodné ji aplikovat. **Když dítěti dělá matematika potíže, hledejte oblast, která mu jde dobře a tam jej primárně podporujte.**

### Co když je dítě déle nemocné?

Obecně lze říci – a máme s tím i konkrétní zkušenosti – že nevdá, když dítě chybí i delší dobu (například měsíc). Je to díky tomu, že naše učebnice nejsou koncipovány tak, že se probere a následně procvičí jistá látka a když žák v tuto dobu chybí, nemůže zvládnout další učivo. Ale jsou koncipovány tak, že podstatné poznatky přicházejí pomalu a **úlohy se k nim opakovaně po spirále vrací.** Dítě, které chybělo, se k nim tedy také dostane, možná trochu později. Je možné, že si dítě bude chtít řešit úlohy z učebnice samo a tam, kde si nebude vědět rady, požádat následně (buď průběžně nebo i po návratu do školy) spolužáka o vysvětlení. Doporučujeme ale konzultovat konkrétní případ s učitelem.

>>Role rodiče v Hejného metodě

### Je metoda vhodná i pro děti se speciálními vzdělávacími potřebami?

Metoda sice podporuje vlastní prožitek, názornost a různé přístupy k řešení, čímž napomáhá při řešení některých specifických potřeb, ale tak jako i při jiných způsobech výuky je někdy potřeba vyhledat pomoc odborníka. Grafickou stránku řady učebnic prof. Hejného, které vydává H-mat, jsme za pomoci odborníka uzpůsobili, aby byla vhodná i pro tyto děti.

### Jak poznám, že učitel učí dobře?

Prvním předpokladem je, že si tento způsob sám zvolil a nebyl mu nikým nařízen. Dítě by mělo mít pozitivní vztah k hodinám matematiky. Máte-li pochybnosti, zkuste si o jejich zdrojích nejdříve promluvit přímo s učitelem. Umožňuje-li to škola a souhlasí-li s tím učitel, navštivte hodinu. **Sledujte, jak mají žáci svého učitele rádi.** Je-li ve třídě strach nebo nuda, pak učitel úspěšný není. Když ale zvoní na přestávku a k učiteli se žáci hrnou a škemrají o další úlohy, tak je to učitel skvělý.

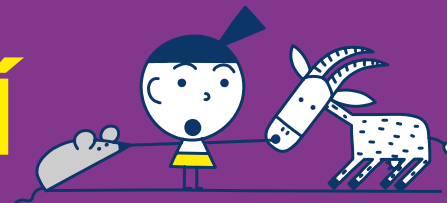
Dítě by mělo být schopno vyřešit v každé úloze alespoň variantu A, většinu variant B. Naopak nevdá, když některé varianty (např. E, F) nevyřeší – ty jsou často určeny pro rozvoj dětí, které jsou v dané oblasti trochu napřed.

### Naučí se moje dítě vše, co bude potřebovat?

Hejného metodou prošly řádově desettisíce dětí na prvním stupni, které jsou nyní na druhém stupni, někteří na střední škole. Mnozí, kteří absolvovali výuku prof. Hejným v 80. letech minulého století, jsou již dávno úspěšní ve své kariéře v komerční i akademické sféře. Ti všichni se museli s přechodem na vyšší stupeň, kde se Hejného metodou neučilo, vyrovnat. Naše interní šetření potvrzují, že děti důsledně vedené metodou skutečně nabývají schopností, na něž cílíme, a **nemají problém ani s jednotnými přijímacími zkouškami na střední školy,** které jsou svojí koncepcí podobné státní maturitní zkoušce. Dokonce Národní ústav pro vzdělávání a Česká školní inspekce (více na [www.h-mat.cz/zkusenosti](http://www.h-mat.cz/zkusenosti)) nezávisle na sobě při zkoumání výsledků v mezinárodním testování TIMSS 2015, které testuje pouze některé v úvodu deklarované cíle, konstatovaly, že žáci učitelů, kteří učí podle učebnic prof. Hejného, měli v průměru lepší výsledky než ostatní. To může být samozřejmě ovlivněno i dalšími parametry. ČŠI poukazuje na to, že významnou roli hraje kvalifikovanost a spokojenost učitele.

Další materiály pro rodiče jsou k dispozici na [www.h-mat.cz/pro-rodice](http://www.h-mat.cz/pro-rodice).

# DIDAKTICKÁ PROSTŘEDÍ



**Učebnice prof. Hejného jsou charakteristické využitím tzv. didaktických prostředí, která napomáhají efektivitě výukového procesu. Jejich aktuální podoba je výsledkem osmi desítek let experimentů a ověřování. Více o tom, proč jsou v metodě využívána didaktická prostředí, najdete v další kapitole této brožury. Nyní si popíšeme smysl několika vybraných prostředí a na prostředí Autobus si ukážeme, jak se takové prostředí vyvíjí od mateřské školy až po 2. stupeň základní školy.**

**ABAKU – Početní operace (spoje) zábavnou formou.**

Prostředí Abaku je inspirované stejnojmennou hrou i metodikou. Hráči pomocí jednotlivých číslic skládají matematické úlohy, např. v řetězci číslic 2 3 6 lze pomocí základních početních operací (+, −, ·, :) vytvořit matematický spoj  $2 \cdot 3 = 6$  nebo v řetězci 1 2 3 4 lze najít rovnosti  $1 + 2 = 3$  nebo také  $12 : 3 = 4$ . Hlavním cílem je upevňování kalkulačních spojů (lidově „počtů“, „násobilka“ apod.). Jejich zautomatizování dětem v budoucnu ulehčí práci v mnoha dalších kapitolách matematiky. Šetří to jejich energii na náročnější úvahy a výpočty, např. při rozšiřování nebo krácení zlomků. Na rozdíl od nácviku spojů prostřednictvím počítání sloupečků je tento způsob pro děti zábavnější, a navíc rozvíjí jejich tvořivost.

**KROKOVÁNÍ – Porozumění záporným číslům i absolutní hodnotě.**

Krokování je prostředí, které je založeno na synchronizaci rytmu pohybového, akustického, slovního. Dítě se učí pomocí krokování sčítat, odčítat, připravuje se na lineární rovnice, soustavy rovnic, absolutní hodnotu nebo řeší dynamické úlohy (např. úlohy o věku). Otevírá se mu svět záporných čísel a získává zkušenosti s číselnými výrazy, např. minus před závorkou.

**VLÁČKY A DĚDA LESOŇ – Modelování přirozených čísel (coby veličiny), příprava rovnic a soustav rovnic (nebo jejich ekvivalentních úprav), myšlenka substituce, práce s proměnnou.**

Vláčky modelují malá přirozená čísla pomocí své délky. Různě dlouhé barevné hranolky (vagónky) žáci mohou porovnávat a zjišťovat tak vztahy mezi nimi. Skládáním jednotlivých vagónků pak žáci získávají vláčky, které mezi sebou porovnávají.

Děda Lesoň pečuje o zvířátka: myšky, kočky, husy, ... Ta ráda hraje přetahovanou. Všechny myšky jsou zde stejně silné, všechny kočky jsou stejně silné apod. Porovnávají se tak síly jednotlivých družstev. Síla tohoto prostředí tkví v možnosti dramatizace – děti se mohou vžít lépe do myši, kočky nebo psa než do čísel 1, 2 nebo 4, která tato zvířata reprezentují.

Podrobné popisy těchto i dalších prostředí a jejich vývoje najdete na [www.h-mat.cz/didakticka-prostredi](http://www.h-mat.cz/didakticka-prostredi) v podobné formě, jako je na následujících stránkách zpracováno prostředí Autobus.

# AUTOBUS

**Autobus je hra, která využívá dětem známé prostředí, která je baví a u které získávají své vlastní zkušenosti. Na nich je možné stavět při výuce ve škole.**

**A**utobus vytvoříme z lepenkové krabice a za cestující poslouží hračky nebo zátky od PET lahví. V místnosti označíme zastávky např.: Nástupní, U Okna, U Skříně a Konečná. U každé zastávky je jeden výpravčí a ještě je zde řidič autobusu. Výpravčí u nástupní zastávky vkládá do autobusu zátku a říká: „Jeden cestující nastoupil.“ Pak vloží druhou zátku a říká „Další cestující nastoupil.“ Řidič s krabicí odkráčí a řekne „Autobus odjíždí, přijíždí na zastávku U Okna.“ Výpravčí na zastávce vybere jednu zátku a říká: „Jeden cestující vystoupil.“ Takto řidič obejde všechny zastávky, až dorazí na konečnou. Kolik cestujících vystoupil na konečné?

V prostředí Autobus se děti setkávají s počty lidí v různém kontextu – jako stav (ti, kteří sedí v autobusu), změna (ti, kteří vystupují

a nastupují) a porovnání (ti, kteří na zastávce přibyli nebo ubyli).

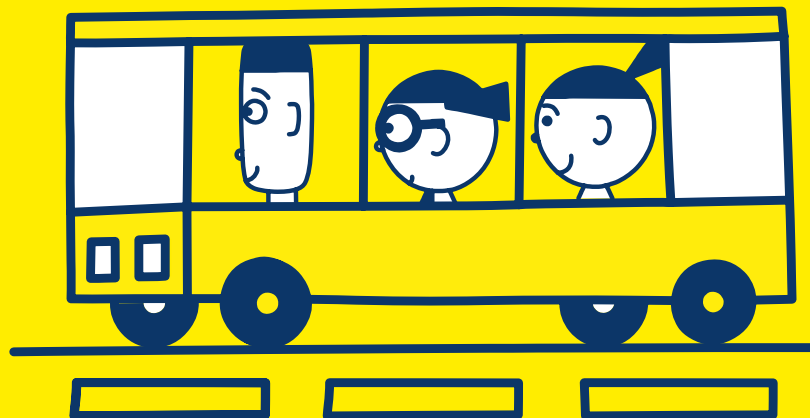
## Mateřská škola

Už v předškolním věku dítěti můžeme dávat úlohy na stav, změnu a porovnání. Například: Kolik nás je u stolu? Kolik nás bude, až přisedne i maminka? Kdo má nejvíce/nejméně knedlíků?






Několik rodičů a učitelek hrálo Autobus i s předškoláky. Když začínali s jednoduchými úlohami (např. sběrný autobus, kde lidé na zastávkách jen přistupují), malým počtem zastávek (Nástupní, U Okna a Konečná) a cestujících, hra děti bavila. Postupně lze s dětmi rozšiřovat počet zastávek i cestujících.

## 1. třída

Se vstupem do školy se z dítky stává žák a Autobus je jedním z prostředí, ve kterých žák pracuje v hodinách matematiky. Podobně jako v MŠ, připravíme autobus, zastávky a cestující. Rozdělíme role výpravčích a řidiče autobusu. Začíná hra. Dítě si při hře musí pamatovat řadu údajů a průběžně počítat. Má k dispozici papír nebo mazací destičku, na kterou si dělá poznámky. Zatím mu stačí udělat si čárku, když cestující nastoupí, a škrtnout ji, když cestující vystoupí. Po čase položíme „zákeřnou“ otázku. Např. Kolik cestujících vystoupilo na druhé zastávce? U dětí tak probudíme potřebu lepšího záznamu jízdy. Děti své záznamy vylepšují a diskutují, až po čase vzniká tabulka.



Tabulka obsahuje všechny údaje o jízdě. Děti se učí pracovat s daty. Poznávají důležité informace, eliminují informace nepotřebné, evidují údaje a organizují je tak, aby bylo pohodlné s nimi dále pracovat a řešit úlohy.

					
vystoupili	0	/	//	///	//
nastoupili	//	///	//	/	0

Existuje však otázka, na kterou jim tabulka přímou odpověď nedá: „Kolik cestujících jelo od umyvadla k oknu?“ Tento údaj musí dítě z tabulky vyvodit. Výhodnější je však rozšířit tabulku o řádek „jeli“. I pak ale najdeme otázky na čísla, která nejsou v tabulce uvedena přímo.






## 2.–3. třída

**Úloha 1:** Překresli horní tabulku a přikresli k ní řádek „jeli“. Odpověz na otázky:

- Kolik cestujících jelo autobusem celkem?
- Kdy bylo v autobusu nejvíce cestujících?
- Na které zastávce z autobusu ubylo/přibývalo nejvíce cestujících?

V první etapě jsme měli zastávky konkrétně pojmenované. Nyní jsou žáci již schopni přejít k abstraktnějšímu značení zastávek písmeny

**A, B, C...** Úlohy se postupně stávají náročnějšími a přidáváme další podmínky.

					
vystoupili	0	/	//	///	//
nastoupili	//	///	//	/	0
jeli					





















## 1.–3. třída

**Úloha 2:** Doplně tabulku, když víš, že na zastávce C nastoupilo do autobusu dvakrát více cestujících, než z něj na zastávce D vystoupilo. Mezi zastávkou B a C jelo třikrát více cestujících než jich nastoupilo na zastávce D.

	A	B	C	D	E
vystoupili	0	2	1	2	
nastoupili				3	0
jeli		5			

## 4.–5. třída

**Úloha 3:** Doplně tabulku:

	A	B	C	D	E
vystoupili	0	 	 	  	   
nastoupili					0
jeli	  	    			
celkem					5

Na zastávce \_\_ nevystoupila žádná žena. Na zastávce \_\_ nastoupil žádný muž.

Na zastávce \_\_ nastoupilo dvakrát více mužů, než nastoupilo na zastávce \_\_.

Mezi zastávkami \_\_ a \_\_ jel celkem stejný počet osob jako mezi zastávkami \_\_ a \_\_.

## 6.–7. třída

Úlohu z prostředí „Autobus“ můžeme místo tabulky zadat i textem. Obtížnost úlohy se zvyšuje počtem cestujících a množstvím údajů, které potřebujeme do tabulky doplnit. Objevují se i úlohy, kde žáci najdou více řešení.

**Úloha 4:** Autobus jel ze zastávky A až do E.

- Na zastávce A nastoupilo šest cestujících.
- Na zastávce B vystoupili dva. Několik jich nastoupilo.
- Na zastávce C vystoupilo pět cestujících. Nikdo nenastoupil.
- Na zastávce D nikdo nevystoupil. Nastoupilo šest cestujících.
- Na konečné zastávce E jich vystoupilo sedm.

Vytvořte tabulku jízdy autobusem a doplňte:

- Na zastávce B nastoupilo \_\_\_\_\_ cestujících.
- Nejméně cestujících nastoupilo na zastávce \_\_\_\_\_.





- c) Celkem se vezlo \_\_\_\_\_ cestujících.  
 d) Celkem vystoupilo \_\_\_\_\_ cestujících.  
 e) Jenom jednu zastávku se vezlo \_\_\_\_\_ cestujících.

**Úloha 5:** V tabulce je zaznamenaná jízda autobusem.

- a) Doplněte do tabulky chybějící údaje.  
 b) Kolik lidí celkem jelo autobusem? Kolik z toho bylo mužů a kolik žen?  
 c) Na které zastávce v autobusu přibyli cestující?  
 d) Na které zastávce v autobusu ubylo mužů?

	A	B	C	D	E
vystoupili	0	■ ■	▲ ▲	■	
nastoupili		▲ ▲	■ ■ ■		0
jeli			▲ ▲ ▲		■ ■ ▲ ▲ ▲

V prostředí Autobus se objevuje harmonogram jízdy. Dokážete z následující úlohy rozluštit, o co jde?

**Úloha 6:** Na obrázku je harmonogram jízdy autobusu. Jelo pět lidí. Paní Růžová nastoupila na zastávce A a vystoupila na zastávce B. Pan Zelený nastoupil na zastávce A a vystoupil na zastávce C. Napište, odkud kam jeli paní Fialová, paní Modrá a pan Žlutý.

A	B	C	D	E
■				
■ ■ ■				
	■ ■ ■ ■ ■			
		■ ■ ■ ■ ■		
			■ ■ ■ ■ ■	

## 8.–9. třída

V úlohách v různých prostředích se klade důraz na přesném porozumění výrazů „alespoň“, „nejvýše“, „právě“. Děti tyto typy úloh řeší velmi často a nemají s jejich pochopením a správným použitím problému. Příkladem je další „autobusová“ úloha.

**Úloha 7:** Tabulka znázorňuje jízdu autobusem ze zastávky A na konečnou E.

V posledním řádku je uveden počet cestujících v autobusu. Víme, že z C do D jelo osm cestujících.

	A	B	C	D	E
vystoupili	0	▲ ▲	0	■ ■ ■ ■ ▲	▲ ▲ ▲
nastoupili		0			0
jeli	■ ▲ ▲				
celkem	3			8	

- a) Doplněte tabulku.  
 b) Kolik jelo celkově žen?  
 c) Kolik žen jelo právě jednu zastávku?  
 d) Kolik mužů jelo právě jednu zastávku?

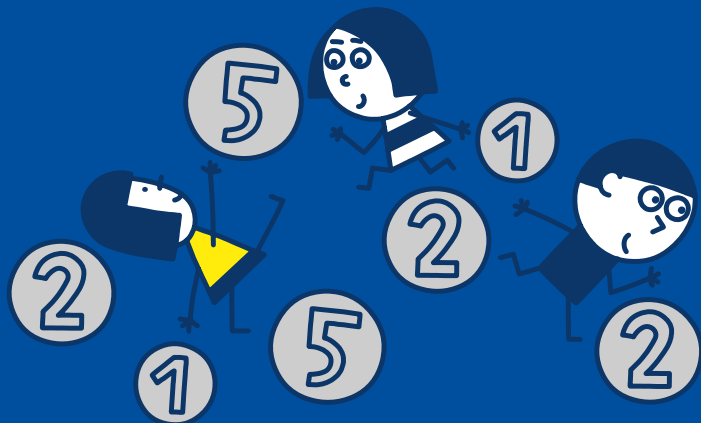
Skrze prostředí autobus se mohou děti setkat i s úlohou, která využívá při řešení i zlomky a procenta.

**Úloha 8:** Jely dva autobusy. V prvním bylo 40 míst k sezení a vezlo se v něm 25 mužů a 20 žen. Ve druhém bylo 60 míst k sezení a vezlo se v něm 34 mužů a 32 žen. Rozhodněte, který autobus byl a) více „přeplněn“, b) více „mužský“.

Výsledky jednotlivých úloh najdete na [www.h-mat.cz/dp/autobus](http://www.h-mat.cz/dp/autobus).

# 12 KLÍČOVÝCH PRINCIPŮ

**HEJNÉHO METODA** je založena na respektování 12 základních principů, které skládá do uceleného konceptu tak, aby děti objevovaly matematiku samy a s radostí. Vychází z osmi desetiletí experimentů a prakticky využívá historické poznatky, které se v dějinách matematiky objevují od starověkého Egypta až do dnešních dnů.



1. **ROLE UČITELE** – Průvodce a moderátor diskuzí
2. **BUDOVÁNÍ SCHÉMAT** – Dítě ví i to, co jsme ho neučili
3. **PRÁCE V PROSTŘEDÍCH** – Učíme se opakovanou návštěvou
4. **PROLÍNÁNÍ TÉMAT** – Matematické zákonitosti neizolujeme
5. **ROZVOJ OSOBNOSTI** – Podporujeme samostatné uvažování dětí
6. **SKUTEČNÁ MOTIVACE** – Když „nevím“ a „chci vědět“
7. **REÁLNÉ ZKUŠENOSTI** – Stavíme na vlastních zážitcích dítěte
8. **RADOST Z MATEMATIKY** – Výrazně pomáhá při další výuce
9. **PODPORA SPOLUPRÁCE** – Poznatky se rodí díky diskuzi
10. **VLASTNÍ POZNATEK** – Má větší váhu než ten převzatý
11. **PRÁCE S CHYBOU** – Předcházíme u dětí zbytečnému strachu
12. **PŘIMĚŘENÉ VÝZVY** – Pro každé dítě zvlášť podle jeho úrovně

# 1 ROLE UČITELE

## PRŮVODCE A MODERÁTOR DISKUZÍ

**Běžná společenská představa učitele je obraz někoho, kdo ví, umí a přednáší. Takový učitel matematiky umí matematiku, proto o ní může vykládat. Někdy se tak i děje. Dítě si vyslechne učitelův výklad, zapíše si nějaké poznámky do sešitu, poslechne si návod k řešení nové situace a tento návod se učí používat. V našem chápání výuky je role učitele i dítěte zcela jiná.**



**R**ole učitele v hodinách vyučovaných podle Hejného metody je náročná, avšak ze zcela jiného hlediska, než na jaké jsme dosud byli zvyklí.

### Spíše rádce než autorita

Učitel zde není autoritou, která ví, umí a vykládá. On sice ví a umí, ale nedává to najevo. Pokud někdo něco vykládá, pak je to žák. Učitel je ten, kdo organizuje hodinu, pobízí žáky k práci, zadává vhodné úlohy, raduje se s žáky z jejich objevů a řídí jejich diskuze. Plánuje a realizuje vyučovací hodiny, ve kterých hlídá, aby měl každý práci. Citlivě reaguje na aktuální situaci mezi žáky – individualizuje: snižuje či zvyšuje úroveň obtížnosti dané

úlohy podle toho, jak se kterému žákovi právě daří, umožňuje práci jednotlivě či ve skupinách podle volby žáků. Je tichým průvodcem jednotlivých hodin matematiky, ale nestává se hlavním aktérem těchto hodin.

### Změna základních rolí

Pokud učitelé chtějí Hejného metodou učit kvalitně, pak změna jejich role patří k nejtěžším. Je těžké zvyknout si na fakt, že po zadání úlohy o ní diskutují žáci. Jejich návrhy k postupu řešení jsou často neobvyklé, neúplné, či dokonce chybné. Tyto momenty jsou však klíčové pro žákovo budoucí poznání. Práce s chybou zde hraje jednu z nejdůležitějších rolí. Učitel žákovské návrhy k řešení

nehodnotí. Obrací se opět na kolektiv třídy a ptá se, zda s návrhem třída souhlasí, či nikoli a proč. Žáci se tak učí analyzovat chyby. A to jak chyby vlastní, tak chyby spolužáka. Prostřednictvím chybných řešení se dostávají k řešení správnému. Své zkušenosti s matematikou postupně zobecňují, prohlubují si své poznatky a matematice rozumí.

Učitel však nesmí být tím, kdo se pokouší žákovi cestu za poznáním zkrátit jakoukoli vlastní moudrostí. Poznání žáků by pak dostalo trhlinu. Trhlinu, která se již nemusí zacelit a na kterou žák následně doplatí v budoucnosti. Jakákoli zkratka, byť méněná zcela upřímně, vede k formalismu, tedy k nemoci, kdy to vypadá, že žák umí, ale umí jen dočasně. Umí jen do té míry, dokud si pamatuje, co učitel říkal.

### Učitel moc nevysvětluje

Během svých příprav učitel nepromýšlí výklad. Promýšlí úlohy, prostřednictvím kterých pomůže žákovi, aby pochopil. Pracuje s různorodostí žáků. Ví, že má ve třídě jak žáky nadané, tak ty slabší. Proto se učí připravovat tzv. gradované úlohy, tedy úlohy různé obtížnosti, aby vyhověl všem mentálním skupinám žáků ve své třídě. Učí se najít k úloze v učebnici úlohu nižší nebo vyšší obtížnosti.

## 2 BUDOVÁNÍ SCHÉMAT

*DÍTĚ VÍ I TO, CO JSME HO NEUČILI*

Víte, kolik je ve vašem bytě oken? Zpaměti asi ne, ale když se zamyslíte, po chvíli odpovíte. A správně. Protože máte schéma vašeho bytu v hlavě. Děti mají schémata také v hlavě. Hejného metoda je **posiluje, napojuje na sebe a vyvozuje z nich obecné principy**. I proto si děti brzy uvědomí, že polovina je také číslo (0,5), nebo například nemají problém s jinak velmi „problémovými“ zlomky.

V běžném životě i v matematice jsou mentální schémata hlavním nástrojem rozhodování, prostupují lidským myšlením i konáním, podílí se na volbě cílů a hodnocení. Mnohé zákonitosti vztahující se ke schématům každodenního života se vztahují i k schématům matematickým.

### Co je schéma?

Velmi jednoduše řečeno je schéma souhrn navzájem propojených znalostí týkajících se známého prostředí. Základní myšlenku schématu přiblížíme pomocí jednoduché ilustrace.

Jestliže se vás někdo zeptá na počet dveří nebo kobereců ve vašem bytě (domě), asi stěží budete schopni ihned odpovědět. Ale po chvíli odpovíte docela spolehlivě. V myslí projdete všemi místnostmi a spočítáte příslušné objekty. Obě požadované informace a mnoho dalších máte ve svém vědomí potenciálně uloženy jako soubor informací, který nazýváme schéma vašeho bytu.

Schéma bytu se ve vědomí buduje postupně v důsledku činností, které člověk v bytě dělá. Stejně prostředí vnímají různí lidé různě, a tedy příslušná schémata v hlavách různých lidí jsou odlišná, i když prostředí je stejné.



Činnosti probíhají v čase, ale schéma se mění jen pozvolna. Činnosti týkající se bytu, na které zaměříme pozornost (např. něco v bytě opravujeme), přispívají k budování schématu bytu více. Činnosti, u nichž je naše pozornost zaměřena na jiný objekt než byt, například se díváme na televizi, přispívají k budování schématu bytu méně.

Ve vědomí každého z nás je celá série schémat: našeho obydlí, obce, ve které žijeme, budovy, ve které pracujeme, nákupního střediska, kam chodíme nakupovat, souboru našich příbuzných, souboru přátel, souboru knih v knihovně apod. Každé z těchto prostředí obsahuje mnoho objektů, různých vztahů nebo podschémat. **Každé prostředí má svá specifika, ale většina obecnějších objektů, pojmů a vztahů se nachází v mnoha takových prostředích a jejich schématech.** Například vztah „mít rád“ se objevuje ve schématu mezilidských vztahů a zároveň i ve schématu bytu, protože v něm máme rádi určitá místa nebo věci.

V naší metodě se využívají například schémata autobusu, krokování, rodiny apod., která jsme si všichni v dětství sami vytvořili. Děti jsou samy schopny pomocí těchto schémat objevovat svět a dojít k autonomnímu poznání. Jedině to má pro ně trvalou hodnotu.

## Matematické schéma

Za první matematické schéma považujeme první obecnější poznání, které vzniklo na základě několika konkrétních zkušeností a které je obvykle doprovázené aha efektem.

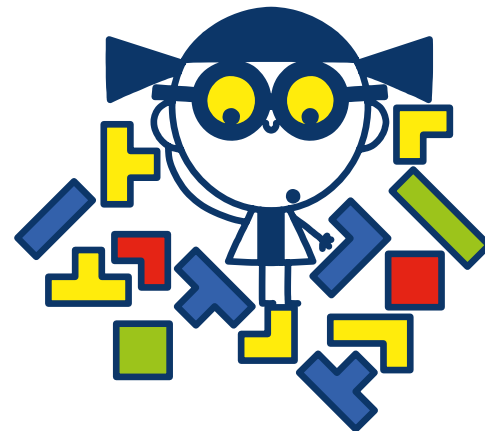
Matematická schémata jsou také navzájem silně propojena. Například schéma pojmu

racionální číslo vzniká propojením schémat pojmů přirozené číslo, zlomek, desetinné číslo a záporné číslo.

Pro vytvoření přesnější představy schématu jsou rozhodující okamžiky objevení se vnitřního rozporu. Například když žák 1. ročníku zjistí, že polovina je číslo, nebo když žák 4. ročníku objeví, že čtyřúhelník může být i nekonvexní nebo že existuje trojúhelník, jehož obvod je libovolně velký a obsah libovolně malý. V praxi se vnitřní rozpor objevuje nejčastěji ve třídě v důsledku diskuze, ve které se projevuje různost názorů žáků.

## Obecné vlastnosti schémat

1. Schémata se utváří většinou spontánně v důsledku potřeb člověka. Kde potřeba schází, schéma se nevytvoří.
2. Schémata téhož se ve vědomí různých lidí liší. To může být příčinou nedorozumění.
3. Lidé, kteří společně řeší nějaký problém, mohou ve vzájemné interakci dospět k lepšímu řešení, než by došel každý sám. Navíc člověk, který má vědomost o schématech jiných lidí, může jejich znalosti využívat.
4. To nové, co se ve schématu objeví ve vhodné chvíli a opakovaně, v něm přetrvává dlouho. To, co se v něm objeví ve chvíli



nehodné nebo přichází jen občasné, rychle zaniká.

5. Části schématu, které člověk používá zřídka, je nutno mít v dostupné externí paměti, aby byly v případě potřeby k dispozici. Externí paměť uvolňuje intelektuální energii na náročnější úkony.

## Vyučování zaměřené na budování schémat

Budování schémat matematických pojmů, jevů, procesů a situací v mysli každého žáka je podstatou vyučovací metody, která usiluje o maximálně autonomní poznávací proces žáka. Tuto vyučovací metodu jsme pojmenovali Vyučování orientované na budování schémat, běžně je známá jako „Hejného metoda“.

## 3 PRÁCE V PROSTŘEDÍCH

### UČÍME SE OPAKOVANOU NÁVŠTĚVOU

Když děti znají prostředí, ve kterém se dobře cítí, nerozptylují je neznámé věci. Plně se soustředí jen na daný úkol a neřeší neznámý koncept. Každé ze zhruba 25 použitých prostředí funguje trochu jinak (rodina, cesta autobusem, prosté krokování na hřišti, ...). Systém prostředí je motivačně nastaven tak, aby zachytil všechny styly učení se a fungování dětské mysli. Ta je pak **motivována k dalším experimentům**.



**P**rostředí obsahuje série na sebe navazujících úloh se stejným námětem. V úlohách se vyskytují různé matematické jevy. Všechna prostředí nabízejí úlohy, ve kterých se prolíná několik matematických jevů. Úlohy vybízejí k experimentování a k objevování.

### Prostředí přispívají k získání neformálních poznatků

S každým matematickým jevem se děti setkávají opakovaně v různých souvislostech, v různých prostředích a na různé úrovni obtížnosti, kterou lze nastavit individuálně

pro každého žáka. To umožní snad každému žákovi najít si svou cestu k dobrému porozumění matematickým poznatkům.

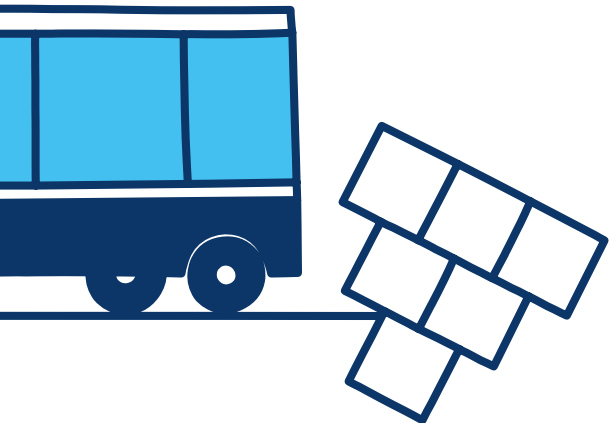
### Náměty v prostředích lákají

Další silnou stránkou práce v prostředích je motivace dětí k práci. Náměty jednotlivých prostředí jsou pro ně většinou lákavé. Obvykle mají spíše pocit, že si hrají, než že vážně pracují. Ani nevnímají, kolik jednotlivých cvičení vyřeší při svém experimentování. To se ale často nestává při řešení klasických „sloupečků“, protože ty obsahují úlohy obdobného typu a slouží pouze k procvičování paměti.

Většina úloh v našich učebnicích vede děti k tvořivé činnosti. Děti jsou aktivní, a tím mají možnost prožívat pocit radosti z vlastní práce. Pestré a rozmanité úlohy přiměřené náročnosti se stávají pro žáky výzvou, podněcují a rozvíjejí chuť něco řešit, něco odhalit, něco se dozvědět.

### Vycházejí ze zkušenosti

Některá prostředí vycházejí ze zkušeností dětí a z běžného života – například krokování, schody, rodina, autobus. Jiná využívají u dětí oblíbenou činnost – řešení rébusů, hlavolamů, doplňovaček, hraní her. Napří-



klad algebrogramy, pavučiny, hadi, součtové trojúhelníky, součinnové čtverce, sousedé, zvířátka dědy Lesoně, šipkové grafy, „myslím si číslo“, barevné trojice či neposedové.

Ať už prostředí vychází ze zkušenosti, či oblíbené činnosti, je důležité, aby bylo dětem důvěrně známé jako např. stavění kostek. Snad všichni máme právě s tímto zkušenost z dětství. Stavění kostek lze přitom později rozvíjet v prostředí krychlových staveb a využít tuto činnost třeba pro rozvoj prostorové

představivosti, tvorby plánů, výpočtu povrchu složitějších těles apod.

### Snižují strach z matematiky

S náměty jednotlivých prostředí se žáci seznamují v jednoduchých úlohách, postupně pak úlohy gradují, rozšiřují se a prostředí se obohacuje. Děti v prostředích pracují opakovaně, tím se jim prostředí stává známým, nabývají zde jistotu, ztrácejí strach z matematiky, vzájemně diskutují a korigují myšlenky.

Velkou výhodou práce ve známém prostředí je snadná a stručná formulace úloh bez dalšího vysvětlování. Role učitele se tak přesouvá z nositele moudra na předkladatele vhodných úloh a organizátora práce v hodině. Aktéry jsou žáci.

### Ukázky prostředí

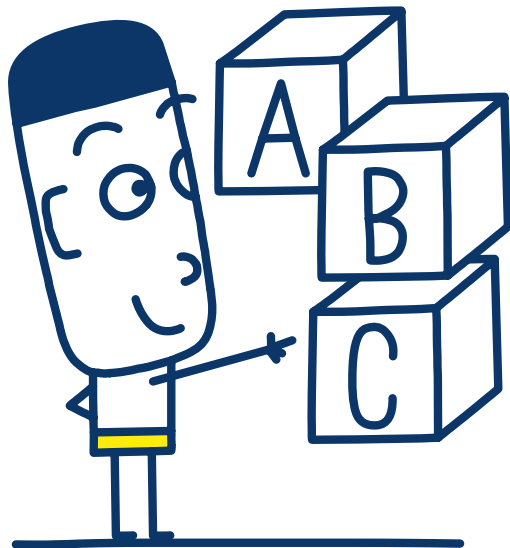
Ukázku vývoje prostředí od mateřské školy až po druhý stupeň základních škol, naleznete v této brožuře, všechna prostředí jsou pak podrobně popsána na [www.h-mat.cz/didakticka-prostredi](http://www.h-mat.cz/didakticka-prostredi).



## 4 PROLÍNÁNÍ TÉMAT

### MATEMATICKÉ ZÁKONITOSTI NEIZOLUJEME

Informace nepředáváme dítěti samostatně, ale vždy jsou uloženy ve známém schématu – které si dítě kdykoli vybaví. Neodtrháváme od sebe matematické jevy a pojmy, ale zapojujeme při nich různé strategie řešení. Dítě si pak **samo vybere, co mu lépe vyhovuje a je mu více přirozené.** V hodinách tak neuslyšíte ono klasické: „Jééé, paní učitelko, to jsme brali před dvěma lety, to už si nepamatujeme...“



**P**okud si jednotlivá témata dáváme do souvislostí, které navíc odpovídají našim vlastním zkušenostem, jsme schopni si kdykoli jednotlivý poznatek odvodit či lehce vybavit. Naopak naučíme-li se jednotlivá fakta či pravidla izolovaně bez skutečného pochopení, nemusíme být schopni si na ně časem vůbec vzpomenout.

#### Když informace spolu logicky souvisí

Kdybychom se schéma našeho bytu učili tak, že v září probereme okna, v říjnu kuchyň, v listopadu koberce a v prosinci osvětlení, tak v lednu budeme muset opakovat vše,

co jsme již o oknech, kuchyni a kobercích zapomněli. Ale protože náš byt poznáváme přímo v akci, v každodenních činnostech, které se různě prolínají, jsme schopni si celý byt i jeho části kdykoli vybavit.

Při těchto činnostech jsme totiž aktivní. Činnosti se přirozeně prolínají do různých oblastí našeho bytu, které propojují několik podschemat. Např. věšení obrázků v obýváku je činnost, která se prolíná s podschematy obýváku a okna. Před pověšením obrázků totiž prozkoumáme, odkud na ně bude dopadat denní světlo, pak umělé osvětlení, dále jak bude obraz ladit s dalšími dekoracemi v bytě apod. Známe dobře náš byt, jeho jednotlivé oblasti, ačkoli jsme se je nikdy neučili a nikdy nezaměřili pozornost jenom na ně. Všechny tyto informace jsou uloženy ve schématu bytu a téměř vždy si je dokážeme vybavit, i když nám to může chvíli trvat.

#### Různá schémata umožňují lépe porozumět

Obdobně je to v naší matematice. V různých prostředích či úlohách poznáváme jednotlivé pojmy, procesy, řešitelské strategie, jevy, vazby a k jejich dobrému porozumění dojde poskládáním střípků mozaiky dílčích poznatků z jednotlivých prostředí a z různých činností.



Uvedeme dva příklady. V prvním ukážeme, jak se jedna aktivita prolíná do mnoha oblastí. Ve druhém popíšeme, jak mnoho různých aktivit přispívá k tvorbě jednoho poznatku.

## 1. PŘEKLÁDÁNÍ PAPIŘU

Ve velice jednoduché činnosti, jako je překládání papíru tvaru čtverce na dva shodné trojúhelníky, využívají děti své zkušenosti na tvorbu:

- geometrických pojmů – čtverec, trojúhelník, pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník, úhlopříčka čtverce, vrchol a strana čtverce a trojúhelníku, přepona pravoúhlého trojúhelníku, obsah (čtverec lze poskládat ze dvou trojúhelníků);
- geometrických vztahů – shodnost trojúhelníků, čtverec lze rozložit na dva pravoúhlé rovnoramenné trojúhelníky a opačně, shodnost stran čtverce a trojúhelníku, úhlopříčka čtverce je delší než jeho strana;
- aritmetických pojmů – číslo dva, tj. dva trojúhelníky; zlomek jako část celku, tj. polovina čtverce.

Děti při manipulaci a snaze přeložit papír co nejpřesněji rozvíjejí také jemnou motoriku, která se zúročí později při konstrukčních úlohách. Toto je podstatná myšlenka úloh nabízených dětem v různých prostředích –

>> 12 klíčových principů

řešením úloh dítě nejen procvičuje svou kalkulativní dovednost, ale poznává i něco jiného, než na co je úloha zaměřená. Každé prostředí přináší do matematiky něco specifického.

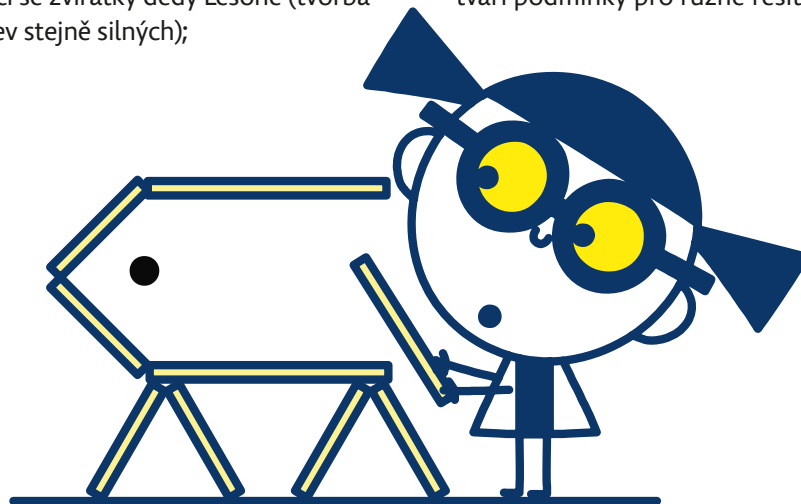
## 2. SČÍTÁNÍ A ODČÍTÁNÍ V RŮZNÝCH PROSTŘEDÍCH

Podívejme se v druhém příkladu na sčítání a odčítání a možnosti, kde všude může dítě tyto jednoduché operace poznat:

- v činnostech v prostředí krokování a schody (krokování, tleskání, odříkávání čísel v rytmu krokování, zapisování šipek);
- při hře a řešení úloh z prostředí autobus (cestující nastupují do a vystupují z autobusu);
- při práci se zvířátky dědy Lesoně (tvorba družstev stejně silných);

- v pavučinách a mnoha dalších prostředích, kde již hrají roli samotná čísla (prostředí strukturální);
- v geometrických prostředích, která na aritmetické operace zaměřena nejsou, jako parkety (volba parket potřebných na pokrytí dané podlahy), dřívka (vezmi tři dřívka a vytvoř trojúhelník, vezmi další dvě a vytvoř dva trojúhelníky), krychlové stavby (postav stavbu tak, aby v prvním podlaží byly tři krychle a ve druhém dvě) apod.

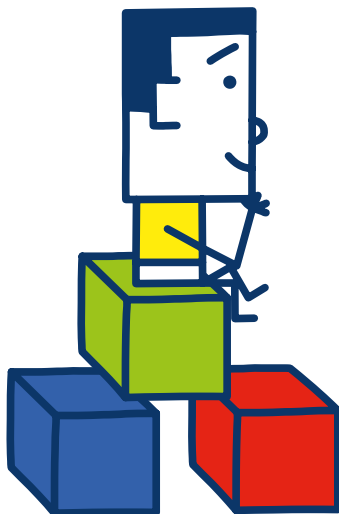
Každé z těchto prostředí přispívá jiným způsobem k porozumění pojmu číslo a jednoduchým operacím sčítání a odčítání. Navíc vytváří podmínky pro různé řešitelské strategie.



## 5 ROZVOJ OSOBNOSTI

### PODPORUJEME SAMOSTATNÉ UVAŽOVÁNÍ DĚTÍ

Jednou z hlavních motivací profesora Hejného při vytváření nové metody byl důraz na to, aby se děti nenechaly v životě manipulovat. Proto učitel ve výuce nepředává hotové poznatky, ale učí děti především argumentovat, diskutovat a vyhodnocovat. **Děti pak samy o sobě vědí, co je pro ně správné, respektují druhého a umí se rozhodovat. Dokonce statečně nesou i důsledky svého konání. Vedle matematiky přirozeně objevují také základy sociálního chování a mravně rostou.**



### Škola je i školou života

Škola je prostředím, ve kterém dítě tráví podstatnou část svého života. Má vliv na jeho psychický i osobnostní růst. Odehrává se zde mnoho klíčových okamžiků, proto je uzpůsobení vzdělávacích cílů tomuto rozvoji tak zásadní.

Vycházíme z hluboké znalosti psychiky dětí a respektujeme potřeby i zákonitosti jejich vývoje. Snažíme se dostat do souladu vzdělávání a výchovu, školní povinnosti a činnosti zájmy dítěte, cíle učitelů a potřeby žáků. Výuka matematiky Hejného metodou tak plnohodnotně využívá potenciál osobnosti

žáka a zároveň podporuje, motivuje a usměrňuje její růst.

### Od matematické diskuze ke společenským postojům

Novost školního prostředí, nároky a požadavky, které se na žáky kladou od začátku školní docházky, je vedou k vzájemné komunikaci a spolupráci. Vědomě i podvědomě vzniká potřeba sounáležitosti a solidarity, společenských postojů a postupů. Školní třídy jsou tak místem, kde vznikají a kde se formují základy sociálního chování a života žáků.

Hlavním nositelem školních nároků a povinností je učitel, jehož role je pro toto formování klíčová. Často je tato role dominantní a v některých případech až nátlaková. Přirozenou reakcí kolektivu žáků je strategie upnutí se na autoritu, strategie přizpůsobit se a případně strategie revolty či odboje. Dlouhodobé preferování tohoto přístupu učitele vede často k deformaci společenských postojů a chování žáků. Ty se budou přenášet do jejich života nad rámec školní docházky se všemi negativními společenskými důsledky.

Hejného metoda výrazně mění postavení a úlohu učitele i kolektivu žáků. Učitel ztrácí dominanci a stává se hlavně organizátorem

duševní práce dětí, která ve velkém rozsahu probíhá prostřednictvím komunikace. Tento postup je přínosný pro rozvoj matematického vzdělání a zároveň žádoucím způsobem rozvíjí sociální kompetence.

## Které společenské dovednosti přináší Hejného metoda?

Děti jsou pozorné a vnímavé ke svým spolužákům. Při vzájemném vysvětlování jsou vedeny k tomu, aby se snažily pochopit, jak přemýšlí ostatní a proč došlo k chybě. To vede k lepšímu vzájemnému porozumění.

Názory a nápady spolužáků jsou využívány k inspiraci nebo rozšíření vlastních myšlenek. **Vedeme děti k tomu, aby diskutovaly kultivovaně a věcně.** Spory a omyly využíváme k rozvoji celého kolektivu. Děti tak často zažijí, že většina nemusí mít pravdu. Podporujeme různost názorů.

Snažíme se vést děti k tomu, aby autoritu vnímaly jako tvůrce příjemného a tvůrčího pracovního prostředí pro aktivity kolektivu a jeho členů.

Děti jsou vedeny k sebepoznání a sebehodnocení (např. pomocí gradovaných testů).



## Vlastními objevy k opravdové dospělosti

Hejného metoda nechává podstatu tvůrčí matematické práce na dítěti. Matematické objevy a úspěchy jsou výsledkem jeho vlastní činnosti nebo se objevují v rámci komunikace se spolužáky. Žák si sám může ve výrazné míře volit obtížnost a rozsah problémů, které řeší, později třeba obtížnost domácích úkolů nebo písemných prací. Učitel jeho práci neřídí, ale podporuje.

Důležité je, že tempo, směr a rozsah práce si žák do velké míry určuje sám. To je příznivé nejen pro budování matematického poznání, ale i pro zachování a oživení možnosti rozvíjet se a zdokonalovat. **Hejného metoda se snaží podporovat neutuchající touhu po poznání, touhu rozvíjet se,** která bývá potlačena s nástupem puberty ignorováním změn vnitřní motivace dítěte. Zároveň může pozitivně ovlivnit celoživotní strategii dítěte.

## Kam směřuje memorování

Když vyučování vychází ze zkušeností dítěte a tyto zkušenosti jsou konfrontovány s názory spolužáků, žák lépe vnímá obsah učiva. Také ho porovnává se svými osobními názory a postoji, tedy i se svým individuálním systémem mravních hodnot.

Naopak vyučování založené na mechanickém propojování formálních poznatků, představ a zápisů nevede dítě k přemýšlení nad vlastním žebříčkem mravních hodnot. Podvést kamaráda považuje za amorální každé dítě, ale opisování při těžké písemce je přijatelné, když má přece za cíl získat přiměřenou známku ve světě formálních vědomostí. To už je totiž svět odtržený od reality. Skutečný život, jeho pravidla a morálka se oddělují od zvláštního světa školních povinností a poznatků.

## Výchovné cíle jsou nadřazeny poznatkovým cílům

Školní prostředí je místem, kde se nejvýrazněji budují a rozvíjejí pracovní i sociální návyky dětí měnících se později na dospělé občany. To, že v naší společnosti úroveň znalostí výrazně převyšuje úroveň mravní, je o mnoho vážnější problém než vyučování matematiky. Náš příklad ale ukazuje, že dobré vyučování může i v této oblasti výrazně pomáhat.

## 6 SKUTEČNÁ MOTIVACE

KDYŽ „NEVÍM“ A „CHCI VĚDĚT“

Všechny matematické úlohy jsou v Hejného metodě postaveny tak, aby jejich řešení děti „automaticky“ bavilo. Správná motivace je ta, která je vnitřní, ne nucením zvenčí. Děti přichází na řešení úkolů díky své vlastní snaze. **Neokrádáme děti o radost z vlastního úspěchu.** Díky atmosféře ve třídách se tak kolegiálně tleská všem – i těm, kteří na daný jev či řešení přijdou později.



**M**otivace dává poznávacímu procesu energii i orientaci, a proto hraje klíčovou roli v kvalitě celého procesu učení. Dítě s vnitřní potřebou poznávat poznává intenzivněji, hlouběji a komplexněji než to, které je k poznávání donuceno.

Pak nemluvíme o motivaci, ale o stimulaci. Už z latinského původu slov je patrné, jak je rozdíl mezi motivací a stimulací markantní. Motivace je odvozena z lat. moveō – hýbati, pohybovati, kdežto stimulace z lat. stimulō – ostnem bodati, píchati. Motivaci tedy chápeme jako potřebu poznávat, která pramení z vnitřního boje mezi „nevím“ a „chci vědět“, „neumím“ a „chtěl bych umět“, „nezkusil jsem“ a „chtěl bych zkusit“.

### Motivace je vrozená

Dítě je zvědavé. Má silnou potřebu poznávat věci, které je obklopují. Ptá se na vše, co se kolem něj mihne. Potřebuje získávat nové a nové zkušenosti, často i za cenu bolesti – například rozbitých kolien, když se učí jezdit na kole. Motivace k poznání je dítěti tedy vrozena.

## Motivace dítěte a dospělého se liší

Motivace dítěte se výrazně liší od motivace dospělého člověka. Z toho pramení mnohá nedorozumění. Motivace dítěte je:

1. **naléhavá** – proto dospělý často považuje naléhavost potřeby dítěte za umíněnost, nebo dokonce drzost;
2. **těkavá** – dítě se zajímá o vše, co se octne v prostoru jeho pozornosti, motivace dospělého se zaměřuje na určitou věc;
3. **širokospektrální** – dítě si tím mapuje svůj vztah k jednotlivým oblastem lidské činnosti a získává zkušenosti, které mu pomohou dobře volit svoje příští povolání.

Touha po školním poznávání pramení z předchozích radostných aha efektů, které žák zažil již dříve, a z rozporu mezi „nevím“ a „potřebuji znát“.

## Motivace ve výuce matematiky

Impulzem k učení bývá často snaha dítěte získat dobrou známku nebo strach ze známky špatné. Někdy snaha zalíbit se učiteli či ušlechtilá snaha udělat lepší známku radost mamince. Děti motivované potřebou objevovat matematiku jsou spíše výjimkou než pravidlem.

Hejného metoda nabízí dítěti matematiku, která vychází z jeho zkušeností. Začne-li se hned od začátku pohybovat v důvěrně známém světě, je neustále motivováno postupovat dál. Díky této vnitřní motivaci je pak ochotno „přestoupit“ z reálného světa i do světa abstraktních pojmů, osvojí si jisté matematické nástroje a jimi objevuje i tzv. „vyšší“ matematiku.



# 7 REÁLNÉ ZKUŠENOSTI

## STAVÍME NA VLASTNÍCH ZÁŽITCÍCH DÍTĚTE

Využíváme vlastní zkušenost dítěte, kterou si samo vybudovalo od prvního dne svého života – doma, s rodiči, při objevování světa venku před domem či na pískovišti s ostatními dětmi.

**Stavíme na přirozené konkrétní zkušenosti, ze které pak dítě dokáže udělat obecný úsudek. Děti například „šijí šaty“ pro krychli, a tím se automaticky naučí, kolik má krychle stěn, kolik vrcholů, jak vypočítat její povrch, ...**



**S**nad každý si dokáže představit vývoj dítěte, které je nejprve schopno ukázat tři vlastní prsty namísto tří různých předmětů, později místo prstů napsat číslici tři, a dokonce časem tuto číslici zastoupit písmenem „x“. Jsme-li vedeni naší vlastní důvěrně známou zkušeností, jsme ochotni vstoupit i do světa naprosté abstrakce.

### Matematika jako zkušenost

Výuka matematiky orientovaná na budování schémat vychází především z vlastní zkušenosti dětí. Při řešení úloh sbírají děti různé matematické zkušenosti. Když se například dítě pokouší spočítat tři lentilky, počítá jeden,

dva, tři a ukazuje na ně. Podobným způsobem spočítá tři jablka, tři lidi u stolu, tři kroky i tři tlesknutí. Diskutuje s kamarádem, jak to dělá on, až najednou zobecní: „Aha, tři je vždycky tolik.“ A ukáže tři prsty.

Prsty se stávají generickým modelem. Je to zástupný model všech předchozích zkušeností. Dítě nyní ví, že tři auta je tolik (tři prsty), i když auta fyzicky nevidí. Na základě těchto zkušeností začíná být dítě připraveno zapsat trojku číslicí. Tento abstraktní znak přijme a začne ho používat. Dítě však má pod pojmem „tři“ vybudované jasné číselné představy. Abstraktnímu pojmu rozumí. Nový poznatek se následně zabydlí v již existující struktuře znalostí v hlavě a dítě ho nadále používá.

Popsaný poznávací mechanismus řídí poznávání vztahů, pojmů i procesů. Jmenuje se Teorie generického modelu.\* Když k této teorii přidáme metodiku implementace, dostáváme pedagogickou teorii zvanou Genetický konstruktivismus.\*\* Hejného metoda je ověřenou aplikací těchto vědecky probádaných teorií.

### Matematika v důvěrně známých prostředích

Podobným způsobem jsou v učebnicích koncipovány všechny matematické oblasti

zabudované do různých prostředí. Tak např. v prostředí krokování sbírá žák zkušenosti s přirozenými čísly, celými čísly, minusem před závorkou, rovnicemi i s absolutní hodnotou.

Když pak ve čtvrtém ročníku dostane úlohu:  $2 - (\_ - 1) = -1$ , může se stát, že ji žák neumí v číslech řešit. Má však za sebou řadu zkušeností s krokováním, které se zde stane nástrojem (generickým modelem) k řešení úlohy. Žák převede úlohu do šipkového zápisu:

$$|\rightarrow| \text{čelem vzad} | \_\_\_\_\_ | \leftarrow | \text{čelem vzad} | = | \leftarrow |$$

úlohu odkrokuje a najde řešení následující představou. Krokují dva žáci. První udělá: dva kroky dopředu, čelem vzad, nic, krok dozadu, čelem vzad. Druhý udělá: jeden krok dozadu. Co udělá první, aby stáli vedle sebe?

## Zkušenost lze pouze získat, nikoli přenést

Problém se sbíráním zkušeností je však v tom, že zkušenosti se nedají přenést. Lze je jediné získat. Způsob, jak dítě zkušenost v matematice získá, je jen jeden – bude řešit úlohu.

\* Hejný, M., Kuřina, F.: Dítě, škola a matematika, Portál, 2001. K zakoupení na [www.h-ucebnice.cz](http://www.h-ucebnice.cz).

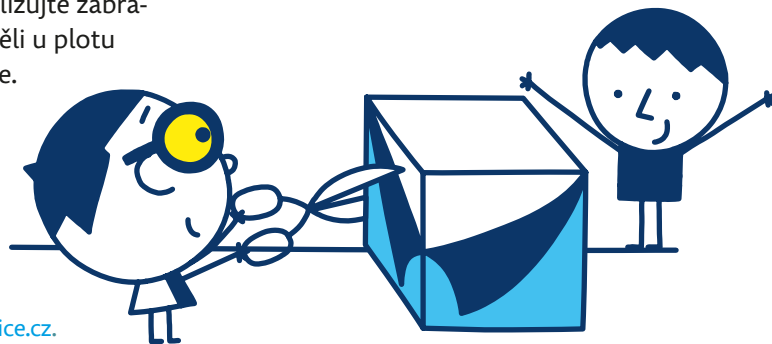
\*\* Kvasz, L.: Princípy genetického konstruktivismu, Orbis Scholae, 2016. Dostupné online na [www.h-mat.cz/hejneho-metoda](http://www.h-mat.cz/hejneho-metoda).

Jakákoli snaha žákovu cestu za poznáním zkrátit a pokusit se mu „zkušenost sdělit“ řeší pouze momentální situaci. I když naše úmysly mohou být ušlechtilé, ve skutečnosti tím děláme žákovi medvědí službu. Jeho poznatek je formální a je do hlavy uložen pouze krátkodobě. V podstatě se nejedná o poznatek v pravém slova smyslu.

Z vlastních životních zkušeností můžeme soudit, jak jsou výše psaná slova pravdivá. Stačí si vzpomenout, jak často řekne máma dítěti: „Kolikrát jsem ti to říkala?“ Dítě se přesto řízne do prstu, upadne ze židle a nečistí si zuby. Je mu celkem lhostejné, kolikrát mu to kdo řekl. Aby bylo opatrnější, musí získat zkušenost. Tedy opravdu se říznout do prstu a opravdu spadnout ze židle. Vzpomeňme na film Obecná škola a větu: „Neolizujte zábradlí!“ Po zhlédnutí filmu jsme měli u plotu přimrzlého devítiletého chlapce. Musel si to vyzkoušet, protože nevěřil, že to, co viděl ve filmu, je pravda.

## Zkušenost získáme i při neúspěchu

Pro změnu výhodou sbírání zkušeností je skutečnost, že žák ji získá i tehdy, když úlohu nevyřeší. Samotný fakt, že úlohu řeší, že jakkoli mentálně pracuje, je žákovi přínosný. Tedy žádná vyučovací hodina není ztracená, pokud žák pracuje. I tehdy, když se zrovna nedostane k cíli, získá zkušenost. Vyzkouší si, že tudy cesta nevede. Ujasní si, co ještě potřebuje k tomu, aby úlohu vyřešil. Uvědomí si, že by se mu hodila např. znalost malé násobilky. Podobné situace jsou pro žáky důležité, protože jednou je vysoce zhodnotí.



## 8 RADOST Z MATEMATIKY

VÝRAZNĚ POMÁHÁ PŘI DALŠÍ VÝUCE

Zkušenosti mluví jasně: ta nejúčinnější **motivace přichází z dětského pocitu úspěchu**, z jeho upřímné radosti, jak dobře vyřešilo přiměřeně náročný úkol. Je to radost z vlastních pokroků i z uznání spolužáků i učitele.



### Síla vnitřní motivace

Z každodenní praxe víme, že děti, u nichž převažuje vnitřní motivace, jsou samostatnější v myšlení a rozhodování než ty, u nichž převažuje motivace vnější. Radost z přemýšlení vzniká při vlastních objevech. Matematická prostředí v našich učebnicích jsou navržena tak, aby objevy umožňovala. Různá prostředí umožňují uspět různým typům dětí.

Obtížnost úloh je nastavena tak, aby i slabší žáci mohli prožít radost z úspěchu. Dostávají úlohy s obtížností přiměřenou jejich dovednostem. Slovo přiměřené je zde velmi důležité. Říká: úloha musí být tak lehká, aby ji žák vyřešil, a zároveň tak náročná, aby na její řešení musel vynaložit jisté úsilí a z jejího zdoání měl radost. Radost je pak motorem pro další práci a spouštěčem motivace k řešení úloh a intelektuální práci.

### Ani růst kytek neurychlíme jejich povytažením

Žák, kterému jsou poznatky sděleny, nebo dokonce vnučovány, žák, který je veden k reprodukci a imitaci sdělených poznatků a kterému je odepřeno nabývání vlastní zkušenosti, nebude v budoucnu ochoten, ani schopen se k dalším poznatkům dopracovat vlastními silami.

V paměti si bude skladovat poučky a vzorečky a stane se z něj „intelektuální příživník“ (slova ruského psychologa A. M. Maťuščina). Jeho autonomie a potřeba poznávat, která je základem motivace, je ve skutečnosti utlumená. Urychlit poznávací proces dítěte tím, že mu sdělíme hotové poznatky, nelze. Růst kytek také nelze urychlit tím, že je každé ráno povytáhneme ze země.

### Radost žáků z práce

K tomu, aby nedošlo k „bloku z matiky“ a dítě se v budoucnu nezaklelo, když někde při práci nebo ve smlouvě uvidí matematický výraz, napomůže kladný vztah k matematice. Ten se projevuje při školním vyučování například tak, že se žáci na hodiny matematiky těší, vyžadují další úlohy a i ve volném čase si povídají mezi sebou, s kamarády či rodiči o tom, co se dělo na hodině.

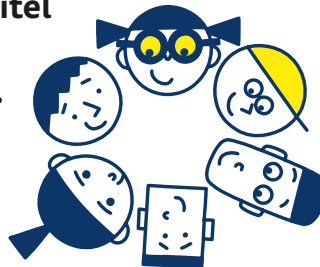


# 9 PODPORA SPOLUPRÁCE

## POZNATKY SE RODÍ DÍKY DISKUZI

**Děti nečekají, až se výsledek objeví na tabuli. Pracují ve skupinkách, po dvojicích nebo i samostatně. Každý žák je tak schopen říci, jak k výsledku došel, a umí to vysvětlit i druhým.**

**Výsledek se rodí na základě spolupráce. Učitel zde není konečnou autoritou, která řekne, kde je pravda – a otočí se další list učebnice.**



### Potřeba diskuze

Vzájemné diskuze mezi sebou děti nezbytně potřebují, ať už jsou ve fázi nabývání nového poznatku, nebo ověřování svých závěrů. V žákovských diskuzích se totiž objevuje řada různých názorů, podnětů, ba i chybných představ, které motivují dítě k hledání správného řešení. Není zde žádná autorita rozhodující o tom, kde je pravda. Dospělý pouze přihlíží a nechává dítě své řešení formulovat a obhajovat před ostatními. Dítě po celou dobu diskuze neustále zvažuje možnosti a přemýšlí. Buduje si tak vlastní plnohodnotný poznatek, který zapadne do jeho již existující struktury znalostí.

### Role učitele

Učitel hledá především aktivity, ve kterých je zapotřebí spolupráce žáků. Organizuje běžné vyučovací hodiny tak, aby v každé hodině dostali žáci prostor ke spolupráci. Různorodost forem práce je zde důležitá jak z hlediska typologie žáků, tak z hlediska nabývání nových poznatků.

Záměr učitele je tedy volit především takové formy práce, které podporují interakci žáků mezi sebou. Zda se to bude dít ve dvojicích, trojicích, větších skupinách či celotřídně, není již rozhodující. Zábavnost hodin je totiž zajišťována pestrostí forem. Žádný model se neopakuje stále dokola a žádná forma práce z dlouhodobého hlediska nezůstává v pozadí.

### Žádné bariéry mezi žáky

Někteří učitelé volí přístup, kdy v běžné hodině po zadání úlohy pečlivě dbají na zákaz opisování. Za snahu o vzájemnou konzultaci bývají žáci trestáni, a staví si tak mezi sebou bariéry. Při výuce Hejného metodou o žádné bariéry mezi žáky rozhodně nestojíme. Naopak je zde důležité jakékoli podobné bariéry bourat, aby komunikace mezi žáky plynula přirozeně, kultivovaně, věcně a bez škobrtnutí.

**V**ětšina poznatků se v hlavách dětí rodí na základě zkušeností a vzájemné diskuze. Proto děti potřebují mít prostor ke vzájemné spolupráci a diskuzím přímo v hodinách. Tato komunikace se totiž ukazuje jako vysoce efektivní.

### Volby formy práce

Každé dítě je jiné, proto vyhovuje různým dětem i různá forma práce. Někteří rádi pracují samostatně, jiným se lépe daří při práci ve skupině. Vůbec tedy není na škodu, když má dítě po zadání úlohy možnost volby. Někdo se do toho pustí sám. Komu více vyhovuje spolupráce, najde si kamaráda. Nicméně i ti, kteří preferují samostatnou práci, své dílo následně s velkou chutí diskutují se spolužákem.

## 10 VLASTNÍ POZNATEK

### MÁ VĚTŠÍ VÁHU NEŽ TEN PŘEVZATÝ

Když má prvňák poskládat ze dřívěk čtverec, vezme jedno dřívko, pak druhé, třetí, ... Stále mu to nestačí, vezme tedy čtvrté dřívko a poskládá čtverec. Pak se rozhodne poskládat větší čtverec. Vezme další dřívka a složí větší čtverec. Už začíná tušit, že bude-li chtít složit ještě větší čtverec, potřebuje k tomu vždy další čtyři dřívka. **Je na cestě k objevu vzorce pro výpočet obvodu čtverce.**



**N**aše učebnice jsou koncipovány jinak, než je obvyklé. Jsou stavěny na přesvědčení, že poznatek získaný vlastní úvahou je kvalitnější než poznatek převzatý. Matematiku podle nich žák objevuje. Cesta k objevu jde od zkušenosti k pojmu. Žák sbírá celou řadu zkušeností, o kterých mluví. Konzultuje své zkušenosti se spolužákem a vysvětluje mu své teorie, které si následně ověřuje na dalších úlohách. Ale především rozumí tomu, co dělá.

### Malí i velcí „Pythagorové“

Když pracuje dítě s dřívky při skládání různých velkých čtverců, přirozeně objevuje vzorec pro výpočet obvodu čtverce. No dobře, řekne si čtenář, tady je cesta k objevu zřejmá, ale co „vyšší“ matematika?

V pátém ročníku má žák za sebou krájení pizzy na různé části, stříhání papíru, skládání různých částí do koláče, kruhu, čokolády a řadu úloh na podobná témata. Nikdy mu nikdo neřekl, jak se vypočítá část z celku. Přesto bezpečně ví, kolik minut je čtvrtina, třetina, pětina, dvě pětiny z hodiny. Umí vypočítat jak část z celku, tak celek z části, a to v různých situacích.

Dostane tedy úlohu, kdy má zjistit, kolik je  $1/2 + 2/5$ . Na pomoc si může vzít třeba ciferník. Dítě ví, že jedna polovina hodiny je třicet minut. Umí vypočítat, že pětina hodiny je 12 minut, tedy dvě pětiny hodiny je 24 minut. 24 minut + 30 minut je 54 minut. Zapiše  $1/2 + 2/5 = 54/60$ . Číslo u výsledného zlomku se mu zdají velká, a tak je „zmenší“. Například je rozpůlí. Vyjde mu  $27/30$ . I tady se dají čísla ještě zmenšit na  $9/10$ .

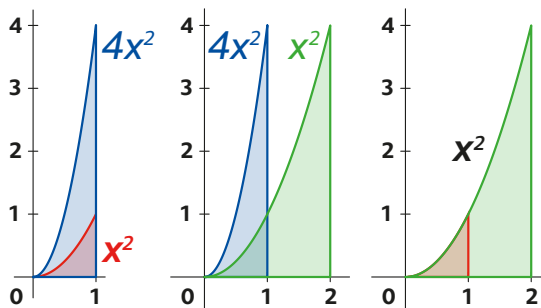
Podobně řeší další úlohy, eviduje výsledky a najde fintu. Při vytváření obecného matematického vzorce samo objevuje „Pythagorovy věty“. Někdo svoji „větu“ najde v pátém ročníku. Jiný na druhém stupni ZŠ a další ji nenajde vůbec. Ten si ji nechá vysvětlit od kamaráda. Přemýšlí o ní a převezme ji. Všichni tři však objevují cestu nejen ke sčítání či krácení zlomků, ale k matematickým zákonitostem. A co především, vidí smysluplnost svého konání. I tito žáci časem převedou již zmíněné zlomky na společného jmenovatele. Zároveň však chápou, proč to dělají a proč věci fungují právě takto. Jejich poznání je trvalé.

## Objevit lze i integrály

Jakým způsobem ale středoškolské studenty objeví například integrály? Lidé, kteří se ptají, mají většinou na mysli integrály ve

smyslu, jak se o nich učili ve škole. Odpovídá to často Weierstrassovu přístupu k integrálnímu počtu. Zde se buduje teorie založená na přísných logických principech – využívají se k tomu tzv. „epsilon-delta“ definice.

Naším záměrem je využít názornější a intuici bližší přístupy, například **Cavalieriho princip**. Tento princip se nejdříve objeví při počítání obsahů trojúhelníků a objemů těles. Později lze díky němu experimentovat s obsahy křivočarých útvarů určených parabolou, vodorovnou přímkou a svislou přímkou (přesněji přímkami rovnoběžnými se souřadnými osami, jde tedy o jakési „trojúhelníky s prohnutou stranou“). Studenti například zjistí, kolikrát je modrý útvar větší než červený. Poté zjistí, kolikrát je zelený útvar větší než modrý. Tím objeví poměr obsahů červeného a zeleného útvaru.



Pomocí dalších vhodně zvolených experimentů studenti objeví trik na spočítání těchto obsahů. Stejným trikem lze poté objevit metodu na spočítání plochy pod mnoha dalšími křivkami a nakonec pod libovolným polynomem. To je v podstatě totéž, co udělal Cavalieri přibližně dvě století před Weierstrassem. Objevování těchto metod budou studenti rozumět myšlenkám, které stály u zrodu integrálního počtu.

## Vlastní úvahou k přijetí konvencí

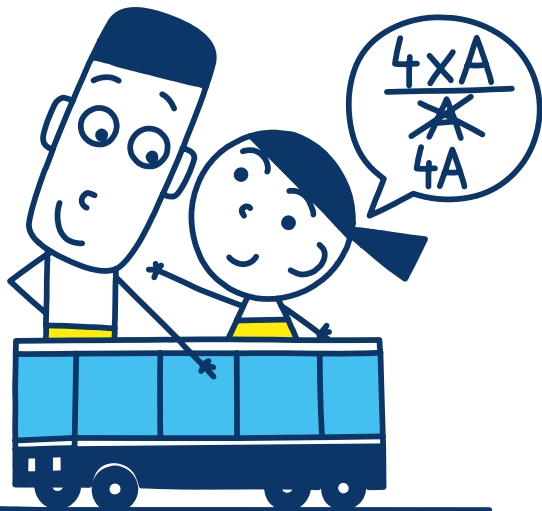
Díky vlastním zkušenostem a logické úvaze je dítě připraveno přijmout také matematický jazyk. Konvenci, která je obecně používána. „Aha!“ oznámí druhák po sérii diskutovaných zkušeností s malou násobilkou: „Když chci vědět, kolik koleček je na čtyřech tříkolkách, nemusím psát  $3 + 3 + 3 + 3$ . Stačí mi znaménko krát!“ Takový žáček rozumí operaci násobení a akceptuje matematický jazyk. Je na sebe hrdý. A těší se na další úlohy. Cestu k objevu v matematice lze shrnout do modelu:



# 11 PRÁCE S CHYBOU

## PŘEDCHÁZÍME U DĚTÍ ZBYTEČNÉMU STRACHU

Dítě, které by mělo zakázáno padat, by se nikdy nenaučilo chodit. Analýza chyby vede k hlubší zkušenosti, díky které si děti daleko lépe pamatují dané poznatky. **Chyby využíváme jako prostředek k učení. Podporujeme děti, aby si chyby našly samy, a učíme je vysvětlovat, proč chybu udělaly. Vzájemná důvěra mezi dítětem a učitelem pak podporuje radost žáků z odvedené práce.**



Chyba u jakékoli lidské činnosti je přirozený jev, zejména když se člověk tuto činnost teprve učí. Je-li s chybou dobře naloženo, je vítaným společníkem na cestě k porozumění. Jestliže si člověk uvědomí, že se chyby dopustil, a jestliže navíc zjistí, proč k tomu došlo, zdokonalí se jeho schopnost dělat příště danou činnost lépe.

Chybě v procesu učení nespíláme, ale hájíme ji, a dokonce ji vítáme. Vítáme chybu jako zprostředkovatele žákova opravdového poznání. Přimlouváme se za to, aby v našem vyučování (nejen v matematice) zakořenila stará moudrost, že „chybami se člověk učí“.

## Když má i učitel strach z chyby

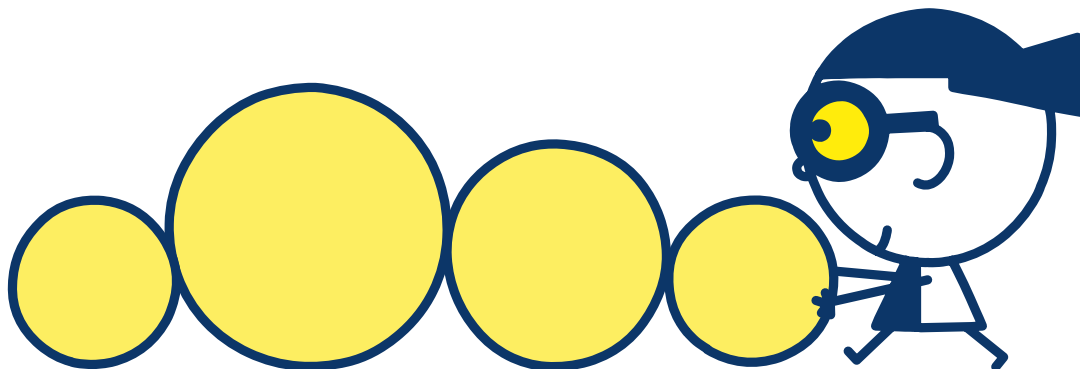
Často se na chybu nahlíží jako na jev nežádoucí. Sám učitel má často strach, aby se chyby nedopustil. Cítí odpovědnost i za případnou chybu žáka (ať již v sešitě, nebo na tabuli), proto na chybu žáka rychle upozorňuje a chybu ihned opravuje.

Rodičovská komunita, která též chybu považuje za jev nežádoucí, zvyšuje učitelův strach z potenciální chyby. V rozhovorech učitelů častěji slyšíme o chybách než o tom, jaké jsou jejich příčiny a jak je odstraňovat.

## Chyba aktivuje myšlení

Učitel, který učí instruktivně, vyžaduje od žáka převážně opakování předvedených postupů a vyslovených pouček. Pak často považuje za chybu vše, co se neshoduje s tím, co očekává. To má zhoubný vliv na rozvoj samostatného myšlení žáka.

Pokud učitel vnímá chybu jako nežádoucí jev, vytváří takové klima, které žáka blokuje. Ten ze strachu před chybou raději nedělá nic. A učitel pro odstranění chyby žáka dělá pouze to, že na něj vyvíjí tlak. Někteří učitelé dokonce věří, že přiměřený a spravedlivý trest povzbudí žákovo úsilí



učit se a povede ke zlepšení jeho studijních výsledků.

Avšak realita toto očekávání učitele nepotvrzuje. Je pravda, že žáci ze strachu vynakládají na daný předmět více energie, ale její značná část je zmařena. Žák totiž vyvíjí spíše aktivitu zaměřenou na ochranu před trestem: simulování nemoci, opisování, lhaní, absence či vymyšlení výmluv.

## Neodhalujeme chyby, ale jejich příčiny

Dopustí-li se žák chyby například při počítání, obvykle učiteli není hned jasné, kde chyba vznikla. Když učitel žáka pouze opraví, moc mu nepomůže. To podstatné, proč chyba vznikla, se žák nedoví.

>> 12 klíčových principů

Pokud se učitel nesnaží pochopit příčinu chyby, je učitelova oprava chyby vnímána žákem pouze mocensky. Žák neví, kde je v jeho úvahách chyba, a pochopitelně se této chybě dopustí i napříště.

Chyba nesmí žáka odradit. Chyba může a měla by být pro žáka užitečnou zkušeností. Úlohou učitele je pomoci žákovi z chyb se poučit. Učitel, který žáka za chybu kárá, mu poznávání nových věcí neusnadňuje.

## Jak jednoduše pracovat s chybou

Bojí-li se žák své chyby, povzbudí jej učitel vlastním příkladem: ukáže, jak on sám chyboval a jak hledal příčinu svého omylu. Kdykoli je učitel žákem upozorněn na chybu, poděkuje za opravu a vysloví žákovi uznání.

Účinné je, když učitel svoji chybu před žáky hlasitě analyzuje. Žáci vidí, jak se lze k chybě postavit, a takové příklady táhnou.

V intelektuální oblasti je poznání příčin chyby účinný způsob pronikání k podstatě zkoumaného jevu. To se netýká pouze žáků ve škole, ale i věhlasných matematiků. I oni se dopouštěli chyb a pokaždé bylo odhalení chyby důležitým poučením.

## Díky chybě doplníme scházející zkušenosti

Když učitel ví, jak pracovat s chybou žáka, může každou situaci, kdy se chyba objeví, didakticky využít. Učitelova znalost má dvě složky: diagnostickou a edukační. V rámci diagnostické složky se zjišťuje, do jaké míry si žák přítomnost chyby uvědomuje a zda ví, kde se nachází. Edukační složka pak zahrnuje nápravu vzniklého problému. Jestliže jsme zjistili, že žák něčemu nerozumí, umožňujeme mu doplnit si scházející zkušenosti.

# 12 PŘIMĚŘENÉ VÝZVY

*PRO KAŽDÉ DÍTĚ ZVLÁŠŤ PODLE JEHO ÚROVNĚ*

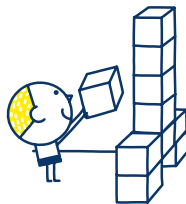
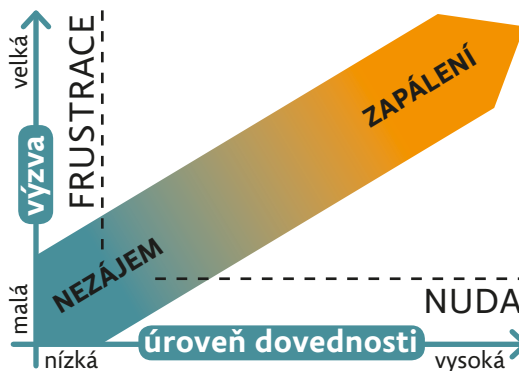
**Naše učebnice obsahují úlohy všech obtížností. Tím, že slabší žáci vždy nějaké úlohy vyřeší, předcházíme pocitům úzkosti a hrůzy z dalších hodin matematiky. Těm nejlepším žákům zároveň neustále předkládáme další výzvy, aby se nenudili. Učitel je nepřetěžuje úkoly, ale zadává takové, aby děti neustále motivoval. Rozděluje úlohy v rámci třídy podle toho, co které dítě potřebuje.**

Úlohy v našich učebnicích jsou často odstupňovány podle obtížnosti. Má-li úloha části a) až f), je naším záměrem, aby část a) vyřešili bez pomoci spolužáků všichni, naopak e) a f) možná jen tři nebo i jediné dítě ve třídě. Podstatné je, že každý má před sebou přiměřené výzvy. Tím, že každý něco vyřeší, předcházíme pocitům úzkosti až hrůzy. Zároveň i nejlepší žáci stojí neustále před výzvou, nenudí se. Snížení strachu a nudy z hodin matematiky je pro nás prioritou.

## Pro slabší i šikovnější

Šikovnější žáci dospějí k mnoha objevům a může se zdát, že méně nadaní mají smůlu. Zde pak hraje velmi důležitou roli učitel. Dobrý učitel pozná, že pro slabšího žáka může

být objevem to, co je pro ostatní jasné, a za objev mu vysloví uznání. Vyjadřováním uznání za originální myšlenky a nápady (včetně mylných) učitel vlastně říká, že matematika je o samostatném přemýšlení, nikoli o opakování nebo napodobování myšlenek cizích.



Velkou pozornost věnujeme nadaným žákům. Nechat je se nudit bychom považovali za mrhání jejich potenciálem, ale i potenciálem celé společnosti. Je pro nás důležité, aby nacházeli v našich učebnicích výzvy a neustále vyvíjeli náročnou intelektuální činnost.

## Respektujeme vývojové fáze dítěte

Řídíme se poznatky psychologů, aby naše učebnice obsahovaly vždy jen přiměřené skoky v obtížnosti úloh. Pro děti bývá často těžké něco, co je pro dospělé naprostou samozřejmostí. Příkladem je řešení slovních úloh pomocí rovnice s neznámou. Rozhodnutí pracovat s neznámým číslem vyžaduje velkou odvahu a dítě bývá schopno je učinit až po nabytí mnoha zkušeností.

## Zdravé sebehodnocení

Pro účely hodnocení doporučujeme učitelům tvořit tzv. gradované testy, které obsahují podobné úlohy různé obtížnosti (např. tři úlohy z jednoho prostředí označené jako lehká, střední, těžká). Děti si podle svého uvážení vyberou úlohu přiměřeně obtížnou. To je vede k sebehodnocení. Naším cílem je komplexně rozvíjet osobnost každého dítěte.

# MATEMÁG

Edukativní hra pro děti



Ke stažení na [www.matemag.cz](http://www.matemag.cz)

## ČESKÁ PŘÍBĚHOVÁ HRA, VE KTERÉ DĚTI OBJEVUJÍ MATEMATIKU ZÁBAVNOU FORMOU

Na děti v dabované hře čeká poutavý příběh dvou dětských hrdinů Jakuba a Terezky, kteří se vydávají na putování kouzelnou zemí Abima za čarodějem Matemágem.

### PŘIROZENÉ A HRAVÉ POZNÁVÁNÍ

Na své pohádkové cestě děti samy objevují matiku jako nástroj, který jim pomáhá překonávat překážky. Hra je doplňkem školní výuky matematiky pro domácí prostředí. Pomáhá u dětí budovat matematické schopnosti a představy.

### PRO DĚTI 5-9 LET

Hra byla původně navržena pro děti 1.-3. tříd. Užít si ji mohou ale bez problému i předškoláci. Hra obsahuje zadání úloh, které zvládnou i mladší děti a díky českému dabingu hry není potřeba, aby dítě umělo číst.

### INDIVIDUALIZOVANÉ VZDĚLÁVÁNÍ

Každý člověk je jedinečný, proto je hra navržena tak, aby sama automaticky přizpůsobovala svoji obtížnost, individuálně dle pokroku každého hráče. Každé dítě tak ve hře může objevovat matematiku svým vlastním tempem.

### RODIČE A DĚTI

Matemág podporuje rodiče v jejich důležité roli. Po zadání e-mailu rodič dostává průběžně informace o tom, jak si s dětmi vyhrát s matikou nejen ve hře ale i doma či venku.

### POSTAVENO NA HEJNÉHO METODĚ

Hra staví na principech Hejného metody. Byla vyvinuta za spolupráce s odborníky na didaktiku a tvůrcem metody panem prof. Milanem Hejným.





# HEJNÉHO METODA – zasloužená radost z poznávání

Hejného metoda je vyvíjena od 40. let 20. století, kdy Vít Hejný začal zkoumat, proč děti, které bez problémů řeší úlohy z učebnic, selhávají při řešení úloh nestandardních. Přitom by k jejich vyřešení neměly potřebovat žádné zvláštní znalosti. Po desítkách let zkoumání a ověřování poznatků vyvinul Vít Hejný spolu se svým synem Milanem metodu, která je namísto formálních znalostí vzoreček zaměřená na budování mentálních schémat. Metoda se opírá o propracovaná didaktická prostředí a roli učitele coby průvodce a moderátora diskuzí dětí nad řešením úloh. V metodě jsou cíle výchovné důležitější než cíle poznatkové, protože autoři jsou přesvědčeni, že kvalita společnosti je více určena úrovní mravní než úrovní znalostní.

Více na [www.h-mat.cz/hejneho-metoda](http://www.h-mat.cz/hejneho-metoda).

Píšeme

## BLOG O HEJNÉHO METODĚ

Na blog o Hejného metodě píší rodiče a učitelé postřehy ze svého reálného života s výukou matematiky Hejného metodou.

[blog.h-mat.cz](http://blog.h-mat.cz)

Pořádáme

## KURZY A SEMINÁŘE

Organizujeme semináře, konference a vícedenní prázdninové školy pro učitele, kteří chtějí začít učit Hejného metodou nebo prohloubit svoje znalosti o vyučování matematiky orientované na budování mentálních schémat.

[www.h-mat.cz](http://www.h-mat.cz)

Poskytujeme

## ELEKTRONICKOU PODPORU VÝUKY

K přípravě prezentací či pro interaktivní tabuli a k celkovému usnadnění přípravy učitelům nabízíme na našem portálu [www.h-edu.cz](http://www.h-edu.cz) elektronické verze všech učebnic a pracovních sešitů pro 2. stupeň základních škol (včetně příručky pro učitele).

[www.h-edu.cz](http://www.h-edu.cz)

Dodáváme

## DIDAKTICKÉ POMŮCKY

Dřevěné a pěnové zlomky, dřevěné a magnetické parkety, čtvercové papíry pro prostředí Origami, razítka – indické násobení, součtové trojúhelníky, krokovací pás, dřívka a další. Šablony (kopírovatelné listy k výuce) pro učitele ZDARMA ke stažení.

[www.h-ucebnice.cz](http://www.h-ucebnice.cz)

Rozvoj a šíření metody podporují:

**NADACE**   
České spořitelny

 Nadace  
Karla Janečka

© H-mat, o. p. s., 2018