Wymagania edukacyjne z matematyki dla klasy 4 liceum

Zakres podstawowy i rozszerzony

**Pogrubioną czcionką** oznaczono wymagania, które wykraczają poza podstawę programową.

**1.GEOMETRIA ANALITYCZNA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje:

Ocenę dopuszczającą, gdy opanuje od 40-60% poniższych wymagań

Ocenę dostateczną, gdy opanuje od 61-100% poniższych wymagań

|  |
| --- |
| * oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych |
| * stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów – w prostych przypadkach |
| * wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców |
| * stosuje wzory na współrzędne środka odcinka do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach |
| * oblicza odległość punktu od prostej i odległość między prostymi równoległymi |
| * stosuje wzór na odległość punktu od prostej do rozwiązywania zadań – w prostych przypadkach |
| * podaje równanie okręgu o danym środku i promieniu |
| * podaje współrzędne środka i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej |
| * wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt |
| * podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej opisanych danymi równaniami |
| * opisuje koło w układzie współrzędnych |
| * sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu (koła) |
| * rozwiązuje algebraicznie układy równań drugiego stopnia i podaje ich interpretację geometryczną |
| * wykonuje działania na wektorach |
| * sprawdza, czy wektory są równoległe |
| * stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów |
| * stosuje działania na wektorach do podziału odcinka |
| * wykorzystuje działania na wektorach do rozwiązywania prostych zadań dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych |
| * rozpoznaje figury osiowosymetryczne i środkowosymetryczne |
| * wyznacza współrzędne obrazów punktów oraz wierzchołków wielokąta w symetrii osiowej lub symetrii środkowej względem osi układu współrzędnych lub początku układu współrzędnych |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje:

Ocenę dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 50-60% poniższych wymagań

Ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 61-100% poniższych wymagań

|  |
| --- |
| * wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej |
| * stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań – w trudniejszych przypadkach |
| * stosuje wzory na odległość między punktami i środek odcinka do rozwiązywania zadań dotyczących wielokątów – w trudniejszych przypadkach |
| * sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu |
| * wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg |
| * stosuje równanie okręgu do rozwiązywania zadań, w tym do wyznaczania równania okręgu opisanego na trójkącie |
| * określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych danymi równaniami |
| * wykorzystuje wzajemne położenie okręgów w prostych zadaniach z parametrem |
| * stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów |
| * podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia |
| * opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny |
| * stosuje w zadaniach działania na wektorach oraz ich interpretację geometryczną – w bardziej złożonych przypadkach |
| * stosuje własności symetrii osiowej i symetrii środkowej – w bardziej złożonych przypadkach |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie |
| * rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej o znacznym stopniu trudności |

# 2. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje:

Ocenę dopuszczającą, gdy opanuje od 40-60% poniższych wymagań

Ocenę dostateczną, gdy opanuje od 61-100% poniższych wymagań

|  |
| --- |
| * zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o danej podstawie i wykładniku rzeczywistym |
| * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w prostych przypadkach |
| * oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów |
| * sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej |
| * wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do wykresu tej funkcji oraz szkicuje ten wykres |
| * szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności |
| * szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności |
| * oblicza logarytm danej liczby |
| * stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do prostych obliczeń |
| * stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach |
| * szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności |
| * oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarytmicznej, znając współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji |
| * wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie |
| * szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych |
| * szkicuje w prostych przypadkach wykresy funkcji *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(*|x*|), gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej lub logarytmicznej *y* = *f*(*x*) |
| * stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami w prostych przypadkach |
| * wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym w prostych przypadkach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje:

Ocenę dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 50-60% poniższych wymagań

Ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 61-100% poniższych wymagań

|  |
| --- |
| * upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach w bardziej złożonych sytuacjach |
| * porównuje liczby przedstawione w postaci potęg w trudniejszych przypadkach |
| * podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic |
| * wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej |
| * stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń |
| * szkicuje wykresy funkcji wykładniczej lub logarytmicznej otrzymane w wyniku złożenia kilku przekształceń, w tym wykresy funkcji *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|) w trudniejszych przypadkach |
| * rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z wykresu i własności funkcji wykładniczej |
| * rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu i  monotoniczności funkcji wykładniczej |
| * rozwiązuje proste równania i nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu i własności funkcji logarytmicznej |
| * wykorzystuje własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, np. dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego |
| * rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji wykładniczej lub logarytmicznej |
| * zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisanych z wykorzystaniem funkcji wykładniczej i logarytmicznej |
| * wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie |
| * udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby np. |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K)–(D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji wykładniczej i logarytmicznej |
| * udowadnia twierdzenia o logarytmach, w szczególności twierdzenie o działaniach na logarytmach i twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu |

**3.. STATYSTYKA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje:

Ocenę dopuszczającą, gdy opanuje od 40-60% poniższych wymagań

Ocenę dostateczną, gdy opanuje od 61-100% poniższych wymagań

|  |
| --- |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych |
| * odczytuje informacje ze skali centylowej – w prostych przypadkach |
| * oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych |
| * oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje:

Ocenę dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 50-60% poniższych wymagań

Ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 61-100% poniższych wymagań

|  |
| --- |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami |
| * odczytuje informacje ze skali centylowej – w trudniejszych przypadkach |
| * wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach |
| * oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami |
| * oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami |
| * rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki |

**4.RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje:

Ocenę dopuszczającą, gdy opanuje od 40-60% poniższych wymagań

Ocenę dostateczną, gdy opanuje od 61-100% poniższych wymagań

|  |
| --- |
| * wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia |
| * stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach |
| * przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach |
| * wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru |
| * wykonuje obliczenia, stosując definicję silni |
| * oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach |
| * oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach |
| * oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach |
| * oblicza wartość symbolu Newtona |
| * oblicza liczbę kombinacji –w prostych sytuacjach |
| * stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach |
| * wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności |
| * określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia |
| * wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu |
| * określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się |
| * wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach |
| * stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach |
| * podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką |
| * oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego |
| * stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach |
| * oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach |
| * sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach |
| * oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach |
| * stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach |
| * ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa |
| * oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernulliego |
| * stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania *k* sukcesów w *n*próbach – w prostych przypadkach |
| * podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabeli – w prostych przypadkach |
| * oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach |
| * rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje:

Ocenę dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 50-60% poniższych wymagań

Ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 61-100% poniższych wymagań

|  |
| --- |
| * stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach |
| * stosuje własności trójkąta Pascala |
| * wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci (*a* + *b*)*n* i wyznaczenia współczynników wielomianów |
| * uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona |
| * stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach |
| * stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach |
| * stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń |
| * stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń |
| * oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach |
| * ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń |
| * stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia |
| * stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania *k* sukcesów w *n*próbach – w złożonych sytuacjach |
| * stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej *k* sukcesów w *n* próbach |
| * podaje rozkład zmiennej losowej – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w trudnych przypadkach |
| * rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa – w złożonych sytuacjach |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa |
| * udowadnia wzór Bayesa |
| * stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń |

## **5. Geometria przestrzenna. Wielościany**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje:

Ocenę dopuszczającą, gdy opanuje od 40-60% poniższych wymagań

Ocenę dostateczną, gdy opanuje od 61-100% poniższych wymagań

|  |
| --- |
| * wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne |
| * wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę |
| * określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi wielościanu; sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi |
| * wskazuje elementy charakterystyczne wielościanu (np. wierzchołek ostrosłupa) |
| * oblicza pole powierzchni bocznej i całkowitej graniastosłupa i ostrosłupa |
| * rysuje siatkę wielościanu na podstawie jej fragmentu |
| * oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego – w prostych przypadkach |
| * oblicza objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa prawidłowego |
| * wskazuje kąt między przekątną graniastosłupa a płaszczyzną jego podstawy |
| * wskazuje kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy – w prostych przypadkach |
| * wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanu – w prostych przypadkach |
| * rozwiązuje typowe zadania dotyczące kąta między prostą a płaszczyzną |
| * stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych w prostopadłościanach |
| * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości wielościanu – w typowych sytuacjach |
| * na rysunku prostopadłościanu (sześcianu) i ostrosłupa prawidłowego zaznacza ich przekroje – w prostych sytuacjach |
| * oblicza pole danego przekroju graniastosłupa lub ostrosłupa prawidłowego – w prostych sytuacjach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje:

Ocenę dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 50-60% poniższych wymagań

Ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 61-100% poniższych wymagań:

|  |
| --- |
| * przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej |
| * stosuje i przekształca wzory na pola powierzchni i objętości wielościanów |
| * stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii   do obliczenia pola powierzchni i objętości wielościanu – w złożonych sytuacjach |
| * oblicza miarę kąta dwuściennego między ścianami wielościanu oraz między ścianą wielościanu a jego przekrojem (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| * rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| * oblicza pola przekrojów prostopadłościanu i ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| * stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych |
| * przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych |
| * stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań |
| * oblicza pola przekrojów prostopadłościanu lub ostrosłupa prawidłowego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – w złożonych sytuacjach |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące graniastosłupów i ostrosłupów oraz ich przekrojów (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w wielościanach |

## **6. Geometria przestrzenna. Bryły obrotowe.**

Poziom **(K)** lub **(P)**

Uczeń otrzymuje:

Ocenę dopuszczającą, gdy opanuje od 40-60% poniższych wymagań

Ocenę dostateczną, gdy opanuje od 61-100% poniższych wymagań

|  |
| --- |
| * wskazuje elementy charakterystyczne bryły obrotowej (np. kąt rozwarcia stożka) |
| * zaznacza przekrój osiowy walca i stożka oraz przekroje kuli |
| * oblicza pole powierzchni i objętość bryły obrotowej – w prostych sytuacjach |
| * rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca i stożka – w prostych sytuacjach |
| * stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w prostych sytuacjach |
| * wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – w prostych przypadkach |

Poziom **(R)** lub **(D)**

Uczeń otrzymuje:

Ocenę dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 50-60% poniższych wymagań

Ocenę bardzo dobrą, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo od 61-100% poniższych wymagań

|  |
| --- |
| * stosuje funkcje trygonometryczne i twierdzenia planimetrii   do obliczenia pola powierzchni i objętości bryły obrotowej – w złożonych sytuacjach |
| * rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w kulę i opisanych na kuli |
| * rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w walec i opisanych na walcu |
| * rysuje odpowiednie przekroje i oblicza pola powierzchni i objętości brył wpisanych w stożek i opisanych na stożku |
| * rysuje odpowiednie przekroje i rozwiązuje zadania dotyczące brył obrotowych i wielościanów wpisanych w inne wielościany |
| * wykorzystuje podobieństwo brył i skalę podobieństwa podczas rozwiązywania zadań |
| * opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą albo najmniejszą wartość (zadania optymalizacyjne) |

Poziom **(W)**

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

|  |
| --- |
| * rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (również z wykorzystaniem trygonometrii) |
| * przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących związków miarowych w bryłach obrotowych |
| * wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni bocznej stożka ściętego |